

Apresentação

Esta dissertação de mestrado em Economia, *Risco de Taxa de Juros e a Dívida Pública Federal no Brasil Pós-Real*, de Alexandre de Medeiros e Albuquerque Barcinski, ora editada pelo BNDES, obteve o 2º lugar no 22º Prêmio BNDES de Economia, realizado em 1998.

Seu autor é brasileiro, 29 anos, graduou-se pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro e obteve o título de Mestre em Economia pela mesma Universidade em 1997, tendo como orientador o professor Dionísio Dias Carneiro.

Concorreram ao 22º Prêmio BNDES de Economia 52 trabalhos, inscritos por 15 Centros de Pós-Graduação em Economia de universidades brasileiras. A comissão examinadora formada para apreciar as dissertações foi presidida pelo professor Joaquim Pinto de Andrade e composta pelos professores Denisard Alves, Fábio Dória Scatolin, Flávio Marcílio Rabelo, Hamilton Ferreira Júnior, Hélder Pinto Júnior, Luiz Antônio de Matos Macêdo, Olimpio de Arroxelas Galvão e Ricardo Paes de Barros.

Em 1998, foram premiadas as seguintes dissertações de mestrado:

1º lugar: *A Taxa Virtual: Uma Alternativa para a Taxa de Câmbio de Equilíbrio*, de Fabiana Xavier Dezouart Drummond de Melo – UnB, orientada por Maurício Barata de Paula Pinto;

3º lugar: *Segmentação Versus Concorrência: Um Teste da Dualidade no Mercado de Trabalho Brasileiro*, de Rodrigo Reis Soares – PUC/RJ, orientada por Gustavo Maurício Gonzaga;

4º lugar: *Um Estudo dos Determinantes da Rotatividade da Mão-de-Obra na Região Metropolitana de São Paulo*, de Veronica Ines Fernandez Orellano – IPE/USP, orientada por Maria Cristina Cacciamali; e

5º lugar: *Três Artigos sobre Leilões de Títulos*, de Leonardo Bandeira Rezende – PUC/RJ, orientada por Márcio Gomes Pinto Garcia.

Ao longo de 22 anos de realização do Prêmio BNDES de Economia, foram premiadas 110 dissertações e publicados,

pelo BNDES, 31 desses trabalhos, totalizando a edição de cerca de 96 mil exemplares. Registra-se também, com satisfação, a crescente melhoria qualitativa das dissertações de mestrado inscritas.

Para Patrícia

Agradecimentos

A minha mãe e meus irmãos, Mariana, Daniel e André, pelo apoio que nunca me faltou.

A Teresa, meu pai e Iza, pelo incentivo permanente.

A Sara, pela maravilhosa convivência diária.

Aos amigos Ruy Monteiro, Leonardo Rezende e Carlos Viana que, de alguma forma, ajudaram na elaboração desta dissertação e tornaram os dias de mestrado mais amenos.

Ao Departamento de Mercado Aberto do Banco Central e ao amigo Pedro Jobim, pela ajuda na obtenção de alguns dados fundamentais para o trabalho.

Aos colegas do Banco Icatu S.A., onde muito aprendi e discuti sobre o assunto estudado.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro durante meu curso.

Às funcionárias do Departamento de Economia da PUC, especialmente à Graça, pela paciência durante todos esses anos.

Ao meu co-orientador, prof. Márcio Garcia, cujo interesse e apoio me foram de extrema importância.

Ao prof. Dionísio Dias Carneiro um agradecimento especial. Mais do que orientador, foi, desde meus tempos de graduação, amigo e mestre, na mais profunda concepção da palavra.

Resumo

Desde a implantação do Plano Real em julho de 1994, o mercado financeiro brasileiro tem passado por uma série de importantes transformações. A estabilização da economia forçou a reestruturação do sistema financeiro e mudou o perfil das aplicações das instituições, com a queda do nível de risco de mercado dos ativos financeiros e o alongamento dos prazos das aplicações financeiras. Esta dissertação trata do problema relacionado ao risco de mercado dos instrumentos de renda fixa no mercado brasileiro no período de julho de 1994, logo após a implantação do Plano Real, até o final de 1996. Descrevemos uma metodologia para cálculo do retorno desses ativos levando em consideração as peculiaridades do mercado nacional e depois estudamos o melhor modelo para a estimação da volatilidade para ativos com diferentes prazos de maturação. De posse dos resultados, avaliamos o comportamento da volatilidade no período, estimamos uma estrutura a termo de volatilidade, relacionando prazo com volatilidade do ativo de renda fixa e comparamos a situação brasileira com a vigente numa economia estável, no caso os Estados Unidos. Calculamos, também, o comportamento do risco de mercado do estoque da dívida pública federal durante esse período e tentamos avaliar, através da construção de um índice, o gerenciamento dessa dívida no período analisado.

Introdução

Desde a implantação do Plano Real em julho de 1994, o mercado financeiro brasileiro tem passado por uma série de importantes transformações. A estabilização da economia forçou a reestruturação do sistema financeiro, ao tornar clara a situação delicada de diversas instituições bancárias que, com o fim dos ganhos de *floating* e altos índices de inadimplência, não tiveram mais condições de continuar operando. O resultado dessa reestruturação foi a liquidação ou intervenção do Banco Central em inúmeras instituições, algumas de grande porte como Banespa, Bamerindus, Econômico e Nacional.

Esses problemas internos, somados à recente quebra do banco inglês Barings, uma até então sólida e tradicional casa bancária, provocada por perdas em operações com derivativos, e a crise do setor financeiro em países como Japão e Estados Unidos devido, principalmente, a créditos ruins, jogaram luz sobre um problema que de alguns anos para cá vem despertando cada vez mais o interesse das instituições financeiras, dos reguladores, dos investidores e dos acadêmicos: a identificação e medição dos riscos bancários e suas implicações para a política econômica. Os investidores querem ter uma medida da segurança de seus investimentos, as instituições financeiras preocupam-se em não expor demasiadamente seu capital, as bolsas de valores e instituições de liquidação querem garantir que seus clientes terão condições de honrar seus compromissos e os órgãos reguladores preocupam-se se os riscos assumidos por alguma instituição são capazes de garantir a solidez do sistema financeiro.

Feldstein (1991) afirma que a razão para grandes preocupações quanto ao funcionamento do sistema bancário não é que alguns investidores tenham prejuízos ou mesmo a falência decretada por fazerem maus investimentos. O problema é que um colapso em instituições financeiras, através de seus efeitos em outras atividades da economia, pode levar ao aumento do desemprego e à perda de negócios anteriormente saudáveis. O interesse público em

evitar o colapso do sistema bancário é motivo para uma supervisão especial sobre este setor da economia e a criação de regras institucionais que evitem que as instituições fiquem expostas a riscos excessivos, prevenindo o surgimento de crises financeiras.

Esta crescente preocupação com os riscos envolvidos na atividade bancária pode ser explicada pela própria natureza desta indústria. Ao contrário das firmas não-financeiras, que financiam aproximadamente dois terços de seus investimentos com capital próprio e cujas dívidas são bastante concentradas, os bancos funcionam altamente alavancados e têm suas dívidas pulverizadas pelos depositantes. Por isso, a quebra de um banco tem um efeito multiplicador muito maior do que a falência de uma firma não-financeira.

No caso da falência de uma siderúrgica, por exemplo, serão atingidos apenas os fornecedores e credores de sua cadeia produtiva, enquanto no caso de falência de um grande banco, todos os seus aplicadores e credores, o que pode incluir dezenas de empresas e milhares de pessoas, serão atingidos. As palavras de um diretor do Banco Central brasileiro reforçam esta idéia: “se houver uma quebra geral na indústria de calçados, algumas cidades brasileiras desaparecem, mas o resto do país continua a funcionar normalmente. O mesmo não aconteceria no caso da falência de grandes bancos”. Além disso, a quebra de um banco gera um efeito dominó em outras instituições financeiras, através de um efeito informacional, que faz com que principalmente os pequenos depositantes, desinformados sobre a real situação dos bancos, transfiram seus depósitos para instituições que eles julguem mais seguras. Esse movimento pode levar, em casos extremos, bancos até então saudáveis, a uma situação de falência.

Didaticamente, podemos dividir os riscos bancários em dois grandes grupos: *riscos de produtos*, relacionados às receitas e despesas operacionais dos bancos, e *riscos de capital*, relacionados diretamente aos balanços das instituições financeiras¹. Entre os chamados riscos de produtos, podemos destacar cinco tipos de riscos: de crédito, estratégicos, de regulação, operacionais e de recursos humanos. Entre os riscos de capital, podemos citar os relacionados à taxa de juros: riscos de liquidez, de câmbio e de liquidação.

O foco desta dissertação é o risco de capital relacionado à taxa de juros no Brasil, especificamente nos ativos de renda fixa, ou prefixados, no período pós-Plano Real. O Capítulo 1 apresenta as características básicas dos instrumentos de renda fixa e os riscos a eles associados, além de destacar as peculiaridades do mercado brasileiro. Entre essas peculiaridades estão o calendário de dias úteis e o fato de o Banco Central ter como instrumento básico a taxa de juros mensal. Essas características criam situações em que o rendimento de uma aplicação financeira de 30 dias, por exemplo, possa variar muito, dependendo do dia e mês em

que ela seja feita e do número de dias úteis dentro do prazo da aplicação. É apresentada uma forma de cálculo da estrutura a termo da taxa de juros, levando em consideração essas peculiaridades, assim como uma metodologia alternativa para se calcularem os retornos dos ativos de renda fixa.

O Capítulo 2 trata do risco de mercado dos ativos, chamando a atenção para o papel fundamental das estimativas de volatilidade e correlações no cálculo deste risco. Descrevemos, sucintamente, diversos métodos para o cálculo da volatilidade e apresentamos os resultados das estimativas usando esses métodos para o retorno dos ativos de renda fixa com diferentes prazos de maturação. Avaliamos a diferença entre os métodos e mostramos o mais adequado para o caso dos ativos de renda fixa no Brasil. Todos os métodos têm uma característica básica em comum: a evolução da volatilidade no período pós-Real é caracterizada, como era de se esperar, por uma clara tendência de queda, qualquer que seja o prazo analisado.

No Capítulo 3, apresentamos os modelos existentes para a estrutura a termo da taxa de juros e como eles relacionam volatilidade e prazo dos instrumentos de renda fixa. Estimamos uma função de volatilidade-preço em função do prazo de maturação para o Brasil nos semestres que vão de julho de 1994 até final de 1996 e fazemos uma comparação da relação entre volatilidade e prazo no Brasil e nos Estados Unidos e sua evolução nos cinco semestres citados. O objetivo é encontrarmos o que chamamos de prazo equivalente em risco, que relaciona os prazos que apresentam risco de mercado equivalentes nos dois países. A queda acentuada da volatilidade no Brasil faz com que os prazos equivalentes apresentem uma tendência clara de alta.

O Capítulo 4 relaciona risco com a alocação de recursos no mercado de dívida pública. Mostramos a evolução nos prazos médios de negociação do mercado futuro de juros e do estoque de dívida pública federal prefixada em poder do mercado. Como era esperado, esses prazos apresentam uma tendência claramente ascendente, fruto da estabilização econômica, que permite aos bancos apostarem em ativos até então considerados muito arriscados. Em relação ao estoque da dívida pública, fazemos exercícios de cálculo do risco diário de mercado e da sensibilidade do mercado em relação a movimentos dos juros no período que vai do final de 1994 até começo de 1997. Se por um lado o alongamento do perfil da dívida tornou o mercado mais sensível a mudanças bruscas nas taxas de juros, a queda do nível de volatilidade fez com que o risco de mercado diário caísse sensivelmente desde a implantação do Plano Real, mesmo com o grande aumento do estoque da dívida.

No Capítulo 5 desenvolvem-se os fundamentos da mensuração da qualidade do gerenciamento da dívida

pública, tendo em vista os resultados dos capítulos anteriores. Se antes olhamos o risco dos ativos de renda fixa pelo lado do mercado, nesse capítulo tentamos nos colocar na posição de *policy-makers* e avaliar o desempenho do Banco Central no gerenciamento da dívida pública prefixada. Para isso, construímos índices bastante simples para avaliar o gerenciamento da dívida em dois aspectos básicos: alongamento de prazos e distribuição do estoque da dívida pelos diferentes prazos de vencimento. Os resultados mostram melhoras significativas na avaliação do gerenciamento da dívida desde a implantação do Plano Real, que devem ser relativizadas diante da situação extremamente desfavorável de julho de 1994.

O último capítulo conclui a dissertação e aponta pesquisas futuras.

1. Instrumentos de renda fixa: características gerais e peculiaridades brasileiras

Os instrumentos de renda fixa são compostos, geralmente, por uma série de cupons e por um pagamento final com valores preestabelecidos. Seu preço é dado pela soma do valor presente de todos os componentes de seu fluxo:

$$P = \frac{C_1}{(1+i_1)^{t_1}} + \frac{C_2}{(1+i_2)^{t_2}} + \dots + \frac{F}{(1+i_n)^{t_n}},$$

onde C_i é o valor de cada cupom a ser pago no prazo t_i ; i_n é a taxa de juros para prazo de maturação n ; e F é o valor da última amortização. Todos esses dados são fixos, com exceção dos juros para cada período, que é de onde virá a incerteza sobre o preço do instrumento de renda fixa e seu risco de mercado. No caso de comprarmos um título e a taxa de juros subir, estaremos incorrendo em perda de capital, pois o título que temos em carteira passa a valer menos. O contrário ocorre no caso de uma queda nos juros.

O cálculo do retorno do instrumento de renda fixa pode ser feito, como em qualquer outro ativo, comparando a variação diária no preço de títulos com as mesmas características de prazos e montantes, diferenciando-se apenas na variação das taxas de juros de um dia para o outro. No caso de um zero², o retorno diário é dado por:

$$\frac{P_1}{P_0} - 1 = \frac{\frac{F}{(1+r_n^1)^n}}{\frac{F}{(1+r_n^0)^n}} - 1 = \frac{(1+r_n^0)^n}{(1+r_n^1)^n} - 1$$

Qualquer estudo sobre preço de instrumentos de renda fixa e seus retornos torna indispensável a obtenção de uma estrutura a termo da taxa de juros, pois é ela que determina o preço dos instrumentos e sua alteração é responsável pelo retorno e risco de mercado desses instrumentos.

1.1. Riscos dos instrumentos de renda fixa

Apesar de ser o mais conhecido, o chamado risco de mercado não é o único embutido numa aplicação de renda

fixa. Entre os riscos envolvidos num instrumento de renda fixa, Dattatreya, Fabozzi e Fabozzi (1991) citam, além do risco de mercado, risco de reinvestimento, de crédito, relacionado à inflação, relacionado à taxa de câmbio, legal, de evento e de setor.

Risco de mercado, também chamado de risco de juros, é, como já dito, o mais conhecido risco de instrumentos de renda fixa. O agente econômico que investe seu dinheiro em renda fixa está correndo sempre o risco das taxas de juros subirem, fazendo com que o preço de seu investimento caia, levando a perdas de capital. O risco de mercado é exatamente a mudança potencial no valor da aplicação do investidor, ou seja, o retorno potencial da aplicação. É para o estudo deste tipo de risco que se torna essencial a construção de uma *yield curve* e o cálculo dos retornos dos ativos de renda fixa

O risco de reinvestimento seria aquele ligado à reaplicação de ganhos de juros durante um investimento primário. O risco de reinvestimento é contrário ao risco de mercado. Enquanto este último é o risco dos juros subirem, reduzindo o preço do ativo de renda fixa, o risco de reinvestimento está exatamente na queda da taxa de juros, ou seja, na piora do rendimento ao qual irão se reaplicar os ganhos de seus investimentos.

O risco de crédito está relacionado à possibilidade de o emissor do instrumento de renda fixa não cumprir suas obrigações com seus credores. Devido ao risco de crédito, a maioria dos títulos é vendida a um preço menor (ou taxa maior) do que os títulos do Tesouro, considerados, na maioria das vezes, títulos sem risco de crédito.

O componente de risco de crédito é bastante visível no mercado de títulos internacionais. Nele, costuma-se olhar o que se chama de *yield over treasury*, ou seja, a taxa de juros que o título está pagando acima da taxa dos títulos do tesouro americano. Esse *yield* é um espelho da situação econômica e política do país emissor do título e reflete o risco que os investidores atribuem à possibilidade de o país não honrar seus compromissos.

Esse tipo de risco é importantíssimo na análise de investimentos, levando, inclusive, à proliferação de agências como a Moody's Investor e Standard & Poor's, especializadas em avaliar bancos e empresas emissores de títulos e classificá-los conforme o grau de risco envolvido na compra de um título por eles emitido.

O risco legal, ou político, está associado não ao fato de um país pagar ou não seus compromissos, mas a uma mudança das regras vigentes que afete o preço dos títulos negociados. Esse tipo de risco ocorreu inúmeras vezes no Brasil após a implantação dos diversos planos econômicos a que fomos submetidos. Os casos mais famosos ficaram por conta dos títulos pós-fixados em algum índice de preço, pois, após a implantação dos planos, o governo calculava sempre dois

índices de preços distintos, um usual e outro que expurgava a memória inflacionária e era usado para remunerar os títulos pós-fixados, levando seus portadores a perdas expressivas.

O chamado risco de evento ocorre, principalmente, quando o pagamento de suas obrigações por parte do emissor do título é afetado por um acidente industrial ou natural ou por uma reestruturação da empresa em questão. Um caso famoso citado pelos autores é o *takeover* da RJR Nabisco em 1988. Na operação, a firma que realizou o *takeover* se endividou enormemente para fazê-lo, o que fez com que a classificação do risco da empresa piorasse sensivelmente, derrubando o preço dos títulos por ela emitidos. Já o risco de setor, como o próprio nome diz, é o risco de se investir em títulos de empresas pertencentes a um setor da economia que pode ser muito atingido por determinada política econômica, por exemplo.

1.2. Construção de uma *yield-curve* para a economia brasileira

O convívio da economia brasileira com altas taxas mensais de inflação durante um período de mais de 20 anos gerou peculiaridades no mercado financeiro nacional que dificultam enormemente a construção de uma *yield curve* convencional para nossa economia.

Três fatores são responsáveis por esta dificuldade: os prazos extremamente curtos dos instrumentos de renda fixa em nossa economia, a forma como o Banco Central baliza as taxas de juros; e a peculiaridade de o mercado financeiro nacional trabalhar com dias úteis e não corridos.

Os prazos curtos dos instrumentos de renda fixa são consequência direta da incerteza vivida por nossa economia durante os anos de alta inflação. Com taxas mensais de inflação variando entre 10 e 80% ao mês, torna-se impossível investir em renda fixa com prazos alongados. A taxa de juros da economia passa a ser governada quase que exclusivamente pelas projeções dos índices de inflação, que apresentam-se bastante voláteis. Para se ter uma idéia do risco de aplicar num instrumento de renda fixa num período altamente inflacionário, uma mudança no patamar de inflação de 20 para 22% ao mês significa, supondo juros reais constantes, uma queda na ordem de 20% no valor de um zero com um ano de prazo. Um banco que trabalhe com um nível de alavancagem de cinco vezes seu patrimônio estaria literalmente falido numa situação como essa.

Essa incerteza fez com que a maior parte das aplicações de juros com prazos um pouco mais longos fossem pós-fixadas, indexadas a algum índice de inflação. Quanto às aplicações prefixadas, seus vencimentos raramente ultrapassavam o período do mês corrente, tomando esses instrumentos muito mais uma aposta no índice de inflação do que na taxa de juros propriamente dita. Os títulos prefixados emitidos pelo Banco Central, os BBC, tinham prazos quase sempre de 28 dias úteis.

Mesmo no final de 1996, com a inflação em patamares abaixo de 1% ao mês, o mercado brasileiro ainda era bastante resistente à idéia de alongamento de prazo dos instrumentos prefixados. O mercado de DI futuro, que baliza as taxas de juros para os meses subseqüentes, só a partir de meados de 1996 começou a negociar a taxa de juros de cinco ou seis meses com relativa liquidez. Mesmo assim, qualquer choque de maiores proporções é capaz de reverter ou paralisar o processo de alongamento nos prazos de negociação, como ocorreu após a crise deflagrada pelo México no final de 1994, que culminou com uma desastrada mudança na política cambial brasileira em março de 1995, com conseqüências óbvias sobre o nível dos juros. Desde a implantação do Plano Real, o mercado de DI futuro apresentava uma tendência clara de alargamento de prazo interrompida em março de 1995 e que só foi retomada dois meses após o ocorrido.

O fato de o mercado apresentar liquidez apenas para prazos curtos significa que, para a construção de uma curva de juros para períodos mais longos, torna-se necessário algum expediente especial para expandir a curva além dos prazos mais negociados.

O segundo ponto que diferencia o mercado brasileiro é o fato de o Banco Central trabalhar tendo como ferramenta fundamental a taxa de juros do mês fechado. Com isso, se o BC resolve mexer com a taxa de juros do mês corrente, faz diferença se estamos no começo, no meio ou no final do mês. Ao resolver elevar a taxa de juros de 2% num determinado mês para 2,5% podem-se gerar três situações distintas: se a decisão for tomada no segundo dia do mês, a taxa média diária se elevará um pouco para atingir o aumento de 0,5%; se o aumento for decidido no final do mês, a taxa média dos dias restantes será bem mais alta que a dos dias já transcorridos; e se o aumento for decidido a um dia do final do mês, o aumento terá de se dar totalmente via aumento da taxa do último dia, que será maior que 0,5%. Num caso como este, um banco ou empresa que necessite tomar um empréstimo por um dia pagará uma taxa podendo variar entre 0,12% (pró-rateando 2,5% por 20 dias, por exemplo) até 0,6% (caso de o aumento se dar no último dia).

No caso da maioria das economias, o Banco Central determina a taxa básica de juros independente do dia em que se está, pois o BC está mirando não na taxa do mês corrente, mas sim na taxa que vigorará do ponto em que estamos em diante.

Além desses problemas, o mercado brasileiro tem a peculiaridade de trabalhar com calendário de dias úteis em vez de dias corridos. Com isso, a taxa de juros do mês é rateada entre os dias úteis do mês, o que faz com que, mesmo mantendo a taxa mensal constante, a taxa diária se altere devido ao número de dias úteis no mês. Isso é particularmente sentido na passagem de um mês como fevereiro, que

geralmente tem 17 ou 18 dias úteis, para março, com 23 dias úteis. Mantendo a taxa mensal no patamar de 2,5%, teríamos a taxa média diária caindo de 0,145% em fevereiro para 0,107% em março, uma queda de mais de 25% na taxa diária.

A soma desses fatores afeta demasiadamente as taxas para empréstimos. Se quisermos calcular a taxa de juros para um período de 30 dias, começando no meio do mês, precisamos levar em conta taxas mensais projetadas para os dois meses e número de dias úteis em cada mês durante a vigência do investimento. Como já foi mencionado, mesmo mantendo constante a taxa de juros, uma aplicação de 30 dias pode render mais ou menos, apenas devido ao número de dias úteis dentro desses 30 dias corridos e dependendo, também, da composição desses dias úteis em diferentes meses.

O mercado futuro de taxa de juros, conhecido como DI futuro é o instrumento básico para se projetar o comportamento da taxa de juros básica da economia, o CDI diário, para o futuro e, desta forma, construir uma estrutura a termo da taxa de juros. Esse mercado negocia a taxa de juros para os meses subsequentes da seguinte forma: o contrato do mês x valerá 100 mil no vencimento (primeiro dia útil do mês seguinte a x), sendo negociado diariamente com deságio, de acordo com os juros projetados de hoje até o dia do vencimento. Com isso, a razão entre os valores dos contratos, conhecidos como PU, de meses subsequentes nos dará uma boa expectativa da taxa de juros esperada para o mês entre os vencimentos. Para a projeção da taxa de juros do mês corrente, deve-se compor o acumulado do CDI diário até o dia anterior com o que o mercado futuro está projetando para o restante do mês, dado pela razão entre 100 mil e o preço do DI futuro do mês corrente.³

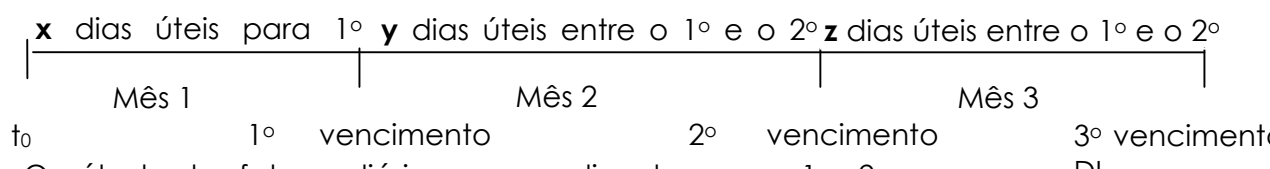
Outro fator importante a ser levado em consideração diz respeito ao comportamento do CDI diário. No último dia útil do mês, o CDI já sinaliza a taxa do mês seguinte. Com isso, a melhor projeção que se pode fazer para a taxa de juros do último dia do mês é a média diária que o mercado de DI futuro está projetando para o mês seguinte. Isso afeta também a taxa média dos outros dias do mês. Para consegui-la, deve-se tirar da taxa projetada para o mês a projeção do último dia e pró-ratear o restante pelo número de dias úteis do mês menos um.

A taxa diária de juros é, geralmente, expressa no que se convencionou chamar de taxa over, que nada mais é do que a taxa de juros diária multiplicada por 30. Quando aplicado a uma aplicação financeira com mais de um dia de prazo, o conceito de taxa over mostra o quanto a aplicação rende diariamente, em média, durante seu prazo de maturação. Uma aplicação que renda uma taxa over de 2,5% por 10 dias úteis, por exemplo, renderá, no período, 0,836%.

$$rendimento = \left(1 + \frac{0,025}{30}\right)^{10} - 1$$

De posse dos dados do mercado de DI futuro e levando em conta o número de dias úteis em cada mês, é possível se calcular a taxa over estimada e o fator de juros para todos os dias no futuro, e a partir desses fatores diários calcular a taxa de juros para qualquer prazo, base para a construção de uma *yield curve*. Para o cálculo de taxas de juros para períodos maiores do que aqueles com liquidez no mercado de DI futuro, a taxa efetiva do último mês com liquidez será repetida para os meses subsequêntes. A prática de se trabalhar com uma curva de juros horizontal para o futuro é comum nos bancos, representando, inclusive, uma posição conservadora no caso de o banco estar aplicando em renda fixa, uma vez que estamos num período de gradual queda das taxas de juros.

Para melhor entender o método a ser utilizado para o cálculo da taxa over ou do fator de juros para todos os dias futuros, deve-se observar o diagrama abaixo:



O cálculo dos fatores diários para os dias dos meses 1 e 2, no fechamento do mercado, será feito da seguinte forma:

$$\text{fator do dia corrente: } f_c = \left(1 + \frac{txover}{30} \right)^x$$

fator dos $(x-2)$ dias entre o segundo e o penúltimo dia do mês:

$$f_{x-2} = \frac{\left(\frac{100.000}{PU_1 * f_c} \right)^{\frac{1}{x-2}}}{\left(\frac{PU_1}{PU_2} \right)^{\frac{1}{y}}}$$

$$\text{fator do último dia do mês 1: } f_{ul1} = \left(\frac{PU_1}{PU_2} \right)^{\frac{1}{y}}$$

$$\text{fator dos } (y-1) \text{ primeiros dias do mês 2: } f_{y-1} = \frac{\left(\frac{PU_1}{PU_2} \right)^{\frac{1}{y-1}}}{\left(\frac{PU_2}{PU_3} \right)^{\frac{1}{z}}}$$

$$\text{fator do último dia do mês 2: } f_{ul2} = \left(\frac{PU_2}{PU_3} \right)^{\frac{1}{z}}$$

A construção de uma estrutura a termo da taxa de juros para a economia brasileira será feita através do cálculo dos juros embutidos em aplicações financeiras de diferentes prazos expressos sempre em dia úteis. A partir dos fatores diários calculados pelo método acima, a idéia é acumular esses

fatores de acordo com o vencimento escolhido para cálculo dos juros.

Se quisermos calcular a taxa de juros para um prazo n igual ou inferior a x dias, fazemos:

$$t_{x_1} = f_c(f_{x-2})^{n-1} - 1$$

Agora, se quisermos calcular os juros para o prazo de $x+2$ dias, por exemplo, precisamos acumular quatro fatores diferentes:

$$t_{x+2} = f_c(f_{x-2})^{x-2}(f_{u1a})(f_{y-1})^2 - 1$$

A fórmula geral para o cálculo da taxa de juros para n dias será dada por:

$$t_{x_1} = [f_c * (f_{x-2})^a * (f_{u1a})^b * (f_{y-1})^c * (f_{u1b})^d * (f_{z-1})^e] - 1, \text{ onde}$$

$$a = \begin{cases} n-1, \text{sen} < x-1 \\ x-2, \text{sen} \geq x-1 \end{cases}, \quad b = \begin{cases} 0, \text{sen} \leq x-1 \\ 1, \text{sen} \geq x \end{cases}$$

$$c = \begin{cases} 0, \text{sen} < x \\ n-x, \text{sen} \leq n \leq x+y-1 \\ y-1, \text{sen} \geq x+y \end{cases}, \quad d = \begin{cases} 0, \text{sen} \leq x+y \\ 1, \text{sen} \geq x+y \end{cases}$$

$$e = \begin{cases} 0, \text{sen} < x+y \\ n-x, \text{sen} \leq n \leq x+y+z-1 \\ y-1, \text{sen} \geq x+y+z \end{cases}$$

Após o cálculo das taxas para os diferentes prazos escolhidos, o resultado será apresentado na forma de taxa over média do período, dada simplesmente por:

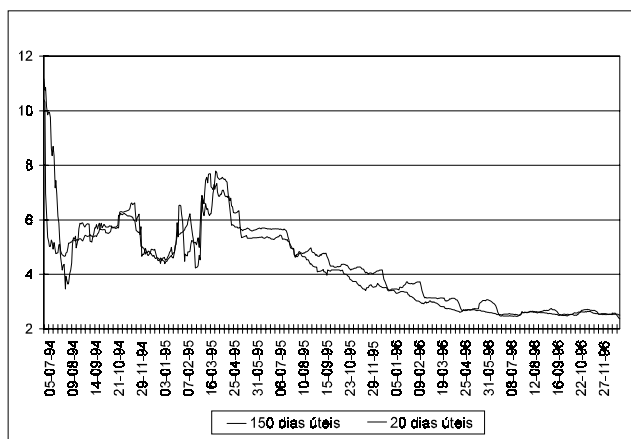
$$t_{xover} = \left[(1 + t_{x_1})^{\frac{1}{n}} - 1 \right] * 30$$

O Gráfico 1.1 mostra a evolução da taxa over média para operações de renda fixa com prazos de 20 e 150 dias úteis. Podemos observar que as duas séries apresentam um comportamento bastante similar desde o Plano Real. O período que se seguiu à implantação do plano se caracterizou por uma grande volatilidade na taxa over das aplicações devido ao período de transição e acomodação das taxas de inflação e juros. O primeiro semestre de 1995 caracteriza-se por uma elevação da taxa de juros gerada pela crise cambial de março daquele ano. A partir daí, a taxa over média apresenta uma clara tendência de baixa, consistente com a política de queda gradual dos juros implementada pelo governo. As séries de taxa over para outros prazos têm comportamento similar às apresentadas.

Vale notar no gráfico que a taxa over de uma operação de 20 dias úteis apresenta uma trajetória menos estável do que a de 150 dias úteis. Isso se deve ao fato de que quanto mais curta a operação, mais suscetível às peculiaridades do mercado brasileiro estará sua taxa over média. Uma operação de 20 dias úteis será mais sensível à composição de dias úteis em diferentes meses do que uma operação longa, onde este efeito é atenuado pelo próprio aumento do número de dias.

GRÁFICO 1.1

Taxa over média dos instrumentos de renda fixa

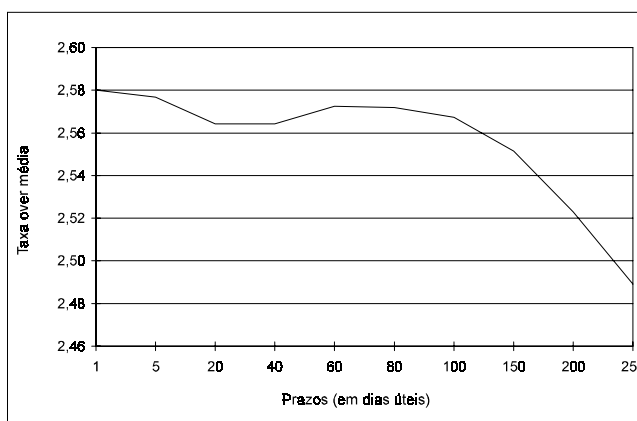


Outro ponto interessante a se ressaltar é o mostrado pelo Gráfico 1.2. *A priori*, estando a economia num período de queda da taxa de juros, seria de se esperar que, quanto maior o prazo da aplicação, menor fosse sua taxa over média. Mais uma vez, teremos uma diferenciação entre o comportamento de prazos longos e curtos.

Comparando apenas prazos mais longos, onde os efeitos da idiosincrasia do mercado nacional são menos sentidos, notamos que a taxa over média das aplicações realmente tende a declinar conforme o prazo da aplicação aumenta. No caso de compararmos prazos mais curtos, podemos encontrar situações em que a taxa aumenta conforme o prazo se alarga, como acontece com as taxas médias do segundo semestre de 1996 para os prazos de 20, 50 e 80 dias úteis mostradas no gráfico.

GRÁFICO 1.2

Taxa over média do segundo semestre de 1996



Essa situação fica bastante clara se analisarmos o ocorrido nos últimos dias de dezembro de 1996. As taxas efetivas projetadas para os meses de janeiro e fevereiro eram bastante próximas, mas, como a diferença entre o número de dias úteis dos dois meses é muito grande, 22 em janeiro e 18 em fevereiro, as taxas over projetadas descolam da de fevereiro ficando bem acima da de janeiro. Com isso, a taxa over de um instrumento de renda fixa com prazo de 20 dias úteis, que inclui apenas

dias de janeiro, terá, obviamente, uma taxa over menor do que uma operação de 50 dias úteis, que inclui diversos dias de fevereiro com uma taxa over muito superior à de janeiro.

Essas características peculiares do mercado brasileiro não só dificultam a construção da estrutura a termo da taxa de juros como fazem com que a simples observação das taxas over para os diversos prazos nos dê pouca informação se não for acompanhada por dados sobre dias úteis de cada mês.

1.3. Preço e retorno dos instrumentos de renda fixa no Brasil

Os instrumentos financeiros de renda fixa analisados serão títulos prefixados com valor de resgate de uma unidade monetária, cujo preço será dado simplesmente pelo valor presente de uma unidade monetária na data do vencimento, ou seja:

$$preço = \frac{1}{t_x}$$

A análise de risco embutido nos instrumentos de renda fixa será feita sobre os retornos dos mesmos, calculado através de seus preços, como ocorre com qualquer ativo, e não da taxa de juros embutida na operação.

Como qualquer ativo financeiro, o retorno diário de um instrumento de renda fixa é dado pela variação de seu preço ao longo de um dia. Ao contrário da bolsa de valores, onde calcula-se simplesmente a variação entre o fechamento do dia e o fechamento do dia anterior, nos instrumentos de renda fixa no Brasil, essa prática poderia levar a taxas de variações muito acima das reais. Isso porque o preço de dois dias subsequentes para um ativo de renda fixa com prazo de n dias pode incluir a composição de taxa para diferentes números de dias úteis em dois ou mais meses. Por exemplo, o preço de um ativo de 10 dias faltando cinco dias para o final do mês inclui a taxa de cinco dias do mês corrente e cinco dias do mês seguinte. Já o preço do dia anterior é calculado compondo-se as taxas de seis dias do mês em curso e quatro do mês seguinte. O cálculo simples da taxa de variação entre esses dois preços pode, e deve, superestimar o retorno, pois a troca de um dia por outro, de meses com diferentes dias úteis, pode levar a uma grande variação dos juros que poderia já estar sendo prevista pelo mercado futuro.

A comparação entre o preço de um título na abertura do dia contra a abertura do dia anterior, portanto com uma diferença de um dia de prazo para o vencimento, também não se mostra correta para fim de avaliação de retorno, pois, *ceteris paribus*, o preço dos instrumentos de renda fixa sobe pelo simples passar do tempo.

A taxa de variação será calculada pela diferença entre o preço do dia corrente e o preço projetado, no dia anterior, para um título com o mesmo período de maturação. Em outras palavras, compararemos o preço de abertura com o preço de

fechamento do instrumento de renda fixa. No exemplo acima, a taxa de variação para o dia em que faltavam cinco dias para o fim do mês será calculada comparando o preço desse dia com o projetado no dia anterior, compondo também cinco dias de cada mês. Esse preço projetado seria calculado através da acumulação de taxas de 11 dias úteis descontando o CDI, utilizando sempre os dados do dia anterior. Com isso, a taxa de variação seria dada por:

$$\text{retorno}_{t_0 \text{ para } t_1} = \frac{\left(\frac{1}{(1 + t_{\frac{t}{n}}^x)} \right)}{\left(\frac{1}{\left(\frac{(1 + t_{\frac{t-1}{n+1}}^x)}{\left(1 + \frac{CDI_{t-1}}{3000} \right)} \right)} \right)} - 1 = \frac{\left(\frac{(1 + t_{\frac{t-1}{n+1}}^x)}{\left(1 + \frac{CDI_{t-1}}{3000} \right)} \right)}{(1 + t_{\frac{t}{n}}^x)} - 1$$

O artifício descrito permite retirar do cálculo do retorno variações já esperadas e projetadas pelo mercado futuro. Em outras palavras, não podemos tomar como retorno uma queda ou subida do juros que já estava sendo projetada pelo DI futuro.

Como exemplo, podemos citar o ocorrido nos dias 30 e 31 de março de 1995. Como já foi dito, o CDI do último dia do mês aponta para a taxa de juros do mês seguinte. Com isso, a taxa de juros de um dia no dia 31 de março deve ser comparada não com a taxa do dia 30 extraída do PU de abril, mas sim com a taxa diária estimada no dia 30 para o mês de abril, extraída da razão entre os PUs de maio e abril. No dia 30, o DI futuro estava projetando uma taxa de 0,2017% para um dia de março e 0,2549% para um dia de abril, enquanto no dia 31 de março, a taxa para o dia corrente foi de 0,2453%. Tomando-se a variação da taxa de um dia sem o artifício descrito, teríamos uma variação de 21,62% no dia 31, enquanto chegaríamos a uma taxa de variação de -3,77% ao utilizarmos a metodologia proposta.

Reproduzindo o ocorrido nos dias 28 e 29 de fevereiro, podemos calcular o preço de um título vencendo em cinco dias úteis. Sabendo que o mês de março tem 21 dias úteis e abril tem 20 dias úteis, podemos calcular três preços para um instrumento de renda de fixa com prazo de cinco dias úteis: preço de fechamento em 28 de fevereiro para um instrumento vigorando entre 28 de fevereiro e 05 de março; preço de abertura em 29 de fevereiro para um instrumento vigorando entre 29 de fevereiro e 06 de março; e preço de fechamento em 29 de fevereiro para o mesmo período de 29 de fevereiro a 06 de março. A diferença entre os dois últimos preços é que o primeiro é calculado com os dados do dia 28 e o último com os do dia 29 de fevereiro.

QUADRO 1.1

Dia	PU 1	PU 2	PU 3	TAXA OVER PARA O DIA						PREÇO (R\$)	
				28/2	29/2	01/3	04/3	05/3	06/3	28-05	29-06
28/02	99777	97634,48	95643,5	3,55	3,25	3,103	3,103	3,103	3,103	0,9946	0,9947
29/02	99898	97717,21	95687,1		3,1	3,155	3,155	3,155	3,155		0,9948

O dados em itálico indicam taxas estimadas.

O exemplo ilustrado no quadro acima mostra que, mesmo em casos em que não há grande alteração nas taxas de juros estimadas para os meses futuros, é preciso ter cuidado ao se calcular o retorno de instrumentos de renda fixa. Tomando o retorno entre os dois títulos vigorando no mesmo período (comparar 0,9948 com 0,9947), ele seria a metade de quando comparamos o preço de dois títulos de igual prazo, mas em períodos diferentes (comparar 0,9948 com 0,9946).

Esses pequenos exemplos mostram como podemos estar superestimando a taxa de variação diária dos preços se não levarmos em consideração as informações já contidas no mercado futuro. Isso porque o preço de 0,9947 é a melhor projeção que podemos fazer para o preço de um título que vence no dia 07 de março, na abertura do dia 29 de fevereiro. No gerencial de qualquer banco, um título com valor de face de R\$1,00 vencendo no dia 07 de março seria avaliado exatamente em R\$0,9947. Como o preço no fechamento do dia 29 de fevereiro para este mesmo título seria 0,9948, o retorno deve ser calculado levando em consideração esses dois valores.

A partir de agora, sempre que falarmos em retorno de um instrumento de renda fixa, estaremos nos referindo ao procedimento descrito.

Ao nos referirmos ao conceito de volatilidade da taxa de juros ou volatilidade-preço, estaremos, também, empregando o procedimento descrito acima. Com isso, a taxa de variação dos juros ou do preço para n dias úteis será dada pela comparação entre o dado de fechamento e de abertura em t_0 :

$$txvar_{juros} para n dias em t_0 = \frac{t_{X_n}^t}{\left(\frac{t_{X_{n+1}}^{t-1}}{CDI_{t-1}} \right)} - 1$$

$$txvar_{preço} para n dias em t_0 = \frac{\left(\frac{(1 + t_{X_{n+1}}^{t-1})}{\left(1 + \frac{CDI_{t-1}}{3000} \right)} \right)}{(1 + t_{X_n}^t)} - 1$$

No próximo capítulo, todo o estudo de volatilidade-preço será feito em cima dos dados das taxas de variação do preço dos ativos prefixados com diferentes prazos de vencimento.

2. Risco de mercado e cálculo de volatilidade

A maneira mais popular de se medir o risco de mercado de uma instituição é o chamado Valor em Risco, mais conhecido pelo termo inglês *Value at Risk* (VaR)⁴. A idéia básica por trás desse conceito é calcular a perda máxima esperada, num intervalo de confiança predeterminado, do portfólio da instituição num dado intervalo de tempo (um dia, uma semana, um mês etc.), levando-se em conta todas suas posições ativas e passivas. Em outras palavras, o VaR nada mais é do que o valor inferior do intervalo de confiança (a um dado nível de confiança) construído para o valor da instituição financeira.

A primeira idéia que vem à cabeça de um leigo sobre a perda esperada de um banco seria, simplesmente, somar as perdas máximas esperadas de cada posição do banco. Embora essa técnica seja usada por alguns órgãos reguladores (as exigências de capital determinadas pelo Comitê da Basileia), ela não leva em conta um resultado amplamente difundido pela teoria de finanças: ao diversificar seu portfólio, os investidores são capazes de reduzir o risco não sistemático associado aos seus investimentos.

Intuitivamente, a idéia é bastante simples. Se algum investidor aplicar toda a sua renda no ativo x , ações das estatais, por exemplo, e esse ativo for fortemente influenciado por um fator qualquer j , andamento do programa de privatização, o valor do portfólio deste investidor ficará dependendo muito do fator citado. Na hipótese de um retrocesso no programa de privatização do governo, seu portfólio deverá sofrer grandes perdas. No caso do investidor diversificar seu portfólio entre diversos ativos, influenciados por fatores diferentes, a probabilidade de perda do investidor fica, obviamente, reduzida pelo fato de a probabilidade de todos os fatores se moverem desfavoravelmente ao mesmo tempo ser menor. O único caso em que uma diversificação de portfólio não levará à redução do risco envolvido será no caso de os fatores que influenciam o valor dos ativos se moverem de forma absolutamente ligada, ou seja, se a correlação entre

os fatores for perfeita. Estatisticamente falando, podemos reduzir a explicação acima ao fato da variância não ser uma função aditiva, ou seja, a variância de uma soma não é a soma das variâncias e sim o "produto interno" das covariâncias entre os fatores.

Estatisticamente falando, podemos reduzir a explicação acima ao fato de a variância não ser uma função aditiva, ou seja, a variância de uma soma não é a soma das variâncias e sim o produto interno das covariâncias entre os fatores.

Diante disso, o fator mais importante no cálculo do VaR de uma carteira é uma boa avaliação das volatilidades dos diversos ativos (interpretada como a variância) e a correlação entre eles. Há um enorme número de artigos discutindo a melhor maneira de se calcular as variâncias e covariâncias entre os ativos. Quase todos recorrem a suposições simplificadoras recorrentes na teoria de finanças, como, por exemplo, o fato de os ativos terem retornos normalmente distribuídos com média zero. Com isso, os intervalos de confiança para os retornos dos ativos são geralmente calculados em torno de zero, o que facilita demasiadamente o cálculo do VaR.

Um cálculo preciso das volatilidades e correlações entre os retornos dos ativos é fundamental para não haver sub ou superestimação dos riscos envolvidos. Um exemplo bastante simples pode facilmente elucidar tal situação. Em março de 1995, a economia brasileira sofreu um grande choque nas suas taxas de juros, fruto da crise deflagrada no México ao final de 1994, que culminou com uma desastrosa mudança na política cambial do governo em março de 1995. Nos dias que se seguiram à mudança na banda cambial, as variações diárias nas taxas de juros obviamente se elevaram enormemente, estabilizando-se logo em seguida.

Dependendo de como essas variações bruscas entrarem no cálculo das volatilidades da taxa de juros, o cálculo dos intervalos de confiança para as variações das taxas de juros pode ficar completamente distorcido. No caso de a volatilidade ser calculada pela variância simples utilizando, por exemplo, os últimos 60 dias, o intervalo para a taxa de juros ficará superestimado até que os dias de maior variação saiam da amostra. Com isso, o VaR calculado irá superestimar a perda máxima esperada, fazendo com que a instituição financeira fuja de um risco que na verdade não existe.

É preciso, então, que o cálculo das volatilidades seja sofisticado o suficiente para eliminar os efeitos desses casos anômalos sobre o VaR de um portfólio, ou seja, o cálculo das volatilidades tem que responder rapidamente aos movimentos de mercado, sejam eles no sentido de aumentar a volatilidade, sejam no sentido contrário.

2.1. Os métodos de estimação de volatilidade

Os modelos mais simples de retorno dos ativos financeiros supõem que esses têm distribuição normal e tomam sua variância como um valor fixo, calculado através do estimador clássico de variância, dado por:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum \left(\ln \left(\frac{S_j}{S_{j-1}} \right) - m \right)^2$$

onde m é a média aritmética dos retornos e n o número total de observações.

Diversos trabalhos empíricos e a simples observação das séries de retornos dos ativos financeiros, no entanto, apontam para algumas características dos retornos dos ativos que nos impedem de tratá-los como nos modelos acima descritos. Tanto a suposição de normalidade dos retornos como a de uma volatilidade constante parecem ser descartadas pelos fatos. Entre essas características podemos citar:⁵

Caudas

Os retornos dos ativos financeiros tendem a apresentar caudas mais largas que as distribuições normais, ou seja, retornos mais distantes da média são mais comuns do que se poderia supor se os retornos fossem descritos por distribuições normais.

Supomos que o retorno dos ativos seja dado por:

$$r_{t+1} = \mu + \sigma \varepsilon_{t+1}, \text{ onde } \varepsilon_t \sim \eta(0,1).$$

A variância incondicional do retorno, σ^2 , é a esperança incondicional de σ_t^2 , dada por:

$$\sigma^2 \equiv E[r_{t+1}^2] = E[E[r_{t+1}^2]] = E\sigma_t^2$$

A variação de σ_t^2 em torno de sua média não altera a variância incondicional, σ^2 . Essa variação de σ_t^2 atinge, sim, os momentos de ordens superiores da distribuição incondicional do retorno. Em particular, com σ_t^2 variando no tempo, a distribuição incondicional do retorno tende a ter caudas mais largas do que a da distribuição normal.

Uma forma comum de medir os desvios da cauda da distribuição de uma variável x é seu quarto momento normalizado, ou curtose, definido por:

$$c(x) = \frac{E[x^4]}{E[x^2]^2}. \text{ No caso dos retornos, teremos:}$$

$$c(r_{t+1}) = \frac{E[\sigma_t^4]E[\varepsilon_{t+1}^4]}{\sigma^4} = \frac{3E[\sigma_t^4]}{\sigma^4} \geq \frac{3E[\sigma_t^2]^2}{\sigma^4} = 3,$$

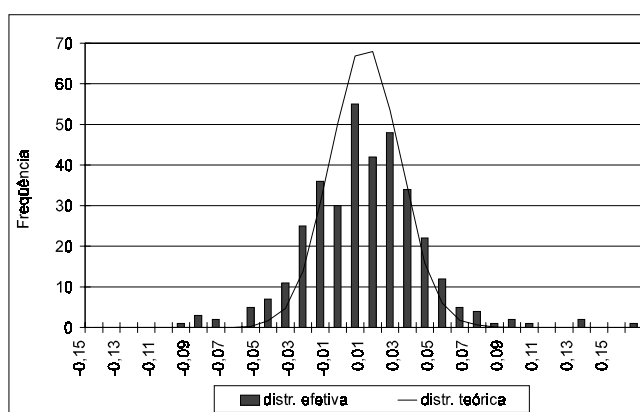
onde a primeira igualdade vem da independência entre s_t e ε_{t+1} e a desigualdade vem da aplicação da Desigualdade de Jensen. Como o coeficiente de curtose de uma variável com distribuição normal é igual a três, resulta que a distribuição incondicional do retorno apresenta excesso de curtose em

relação à distribuição normal. Intuitivamente, a distribuição incondicional do retorno é uma mistura de distribuições normais, algumas com variâncias pequenas e outras com variâncias maiores. A probabilidade de ocorrência dos valores extremos das distribuições com maior volatilidade tende a ser desprezada quando calculamos a média e o desvio-padrão dos retornos assumindo uma única distribuição normal.

O Gráfico 2.1 mostra os histogramas construídos para a taxa de variação do Ibovespa no período de agosto de 1994 a dezembro de 1995. O histograma da chamada distribuição efetiva é o das taxas de variação efetivamente ocorridas no mercado. Já o histograma da distribuição teórica foi construído através da extração de 10 mil amostras de uma série gerada aleatoriamente com distribuição normal com média e desvio-padrão da amostra do Ibovespa. Podemos observar, comparando os dois histogramas, que houve efetivamente mais observações nas caudas do que se poderia prever por uma distribuição normal.

GRÁFICO 2.1

Distribuição efetiva vs. distribuição teórica do retorno de Ibovespa



Períodos sem transações

As informações acumuladas nos períodos em que os mercados financeiros estão fechados se refletem nos preços dos ativos quando da reabertura dos mercados. Se as novas informações chegassem a uma taxa constante, a variância entre os retornos no período entre uma sexta-feira e uma segunda-feira deveria ser três vezes maior do que a variância entre uma segunda-feira e uma terça-feira.

Supondo que a informação se acumulasse a uma taxa constante por hora, que cada hora acumulada de informação gerasse uma variância, σ^2 , no retorno dos ativos e que as informações fossem independentes no tempo, a variância do retorno entre uma sexta e uma segunda-feira acumularia três dias, ou 72 horas, de informação, enquanto o retorno do ativo de uma segunda para terça-feira acumularia apenas 24 horas de informação. Como as informações são supostamente independentes, a variância do retorno seria a multiplicação de σ^2 pelo número de horas transcorridas entre os dias em que se quer medir o retorno. Por isso, se as informações se

acumulassem a uma taxa constante, a variância do retorno entre uma sexta e uma segunda-feira seria três vezes maior do que a do retorno entre segunda e terça-feira.

$$\text{var}\left(\frac{P_3}{P_0} - 1\right) = \text{var}\left(\frac{P_3}{P_2} \frac{P_2}{P_1} \frac{P_1}{P_0} - 1\right) \cong \text{var}(r_3 + r_2 + r_1) = 3 * \text{var}(r),$$

onde a última igualdade se deve à independência entre os retornos.

Estudos empíricos mostram que as informações se acumulam mais vagarosamente quando os mercados financeiros estão fechados. A variância dos retornos é maior depois do fim de semana, mas não tanto quanto poderíamos esperar se as informações realmente chegassem a uma taxa constante.

Eventos previstos

A volatilidade dos ativos financeiros tende a aumentar quando da aproximação de algum evento, mesmo que esperado, que influencie o valor desses ativos. Alguns trabalhos mostram que os retornos das ações tendem a tornar-se mais voláteis nos períodos que antecedem anúncios de resultados das empresas e que a volatilidade das taxas de juros aumentam nas vésperas de anúncios sobre agregados macroeconômicos.

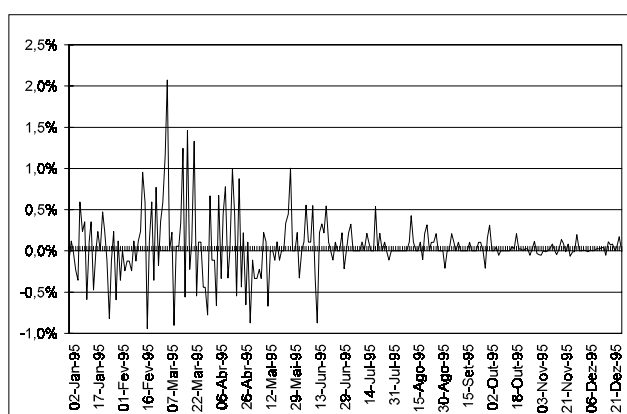
Há também diferença entre a volatilidade dos retornos durante o dia. Em geral, a volatilidade é maior nas primeiras horas de negociação do que no meio do dia. Isso reflete, em parte, as informações acumuladas enquanto o mercado estava fechado.

Tendência de *clustering* da volatilidade

A observação das séries dos retornos dos ativos nos permite saber que a volatilidade dos retornos tende não só a variar no tempo como a apresentar uma tendência de *clustering*, ou seja, uma tendência de aglomeração. Com isso, valores altos das taxas de variação tendem a ser seguidos por outros valores altos, com a volatilidade passando de patamares elevados para patamares baixos. Isso significa que devemos encontrar grande correlação entre as volatilidades calculadas dia a dia.

O fenômeno de *clustering* pode ser imediatamente percebido ao colocarmos uma série de retornos diários num gráfico. O Gráfico 2.2 nos mostra que o período em torno de março de 1995 apresentou grande concentração de altas taxas de variação diária do dólar comercial, enquanto o período em torno de setembro do mesmo ano apresentou concentração de taxas de variação mais baixas. A probabilidade de que possamos atribuir ao câmbio volatilidades iguais nos dois períodos nos parece bastante remota.

GRÁFICO 2.2

Retorno diário do dólar comercial

A fim de levar em consideração o comportamento instável da volatilidade dos ativos, alguns modelos que descartam a hipótese de volatilidades constantes são utilizados, tanto no meio acadêmico, quanto no mercado financeiro.

Na apresentação desses modelos, uma suposição básica que faremos sobre o retorno dos ativos é que eles seguem um passeio aleatório, especificado pela equação:

$$txvar_{t+1} = r_{t+1} = \mu + \sigma \varepsilon_{t+1} \quad (1)$$

onde $\varepsilon_t \sim \eta(0,1)$ e σ^2_t , definida como a variância condicional de r_{t+1} ao tempo t , será o objeto de nosso estudo. Para nos concentrarmos na definição da variância do retorno, suporemos que o retorno r_{t+1} tem média zero condicional à informação no tempo t , e definiremos σ^2 como a variância incondicional do retorno.

A suposição de normalidade com média zero para o retorno implica que sua distribuição é simétrica em relação ao zero. O coeficiente de assimetria, $A(x)$, definido por:

$$A(x) = \frac{E[(X - \mu)^3]}{E[(X - \mu)^2]^{3/2}},$$

deve, então, ser nulo se a distribuição realmente for normal. Essa hipótese será testada posteriormente.

2.1.1. Método da variância simples

Esse é o método mais tradicional de se calcular a volatilidade usando dados históricos e consiste, simplesmente, em achar o desvio-padrão da série usando uma amostra móvel.

Tomando a média do retorno como zero, o desvio-padrão torna-se simplesmente a raiz quadrada da média aritmética dos quadrados dos retornos diários, dado pela fórmula:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T x_{t-i}^2} \quad (2)$$

A grande questão deste método é a escolha da melhor janela para se calcular a volatilidade, ou seja, a escolha de T .

Como todas as observações têm o mesmo peso no cálculo da volatilidade, esta tende a se mover drasticamente para cima quando há um choque, permanecer num patamar mais alto durante T dias e a declinar, também abruptamente, quando este choque sai da amostra. Quanto maior o T escolhido, mais tempo os choques permanecerão na amostra, levando a volatilidade a permanecer num patamar mais alto por períodos mais longos, após a ocorrência de algum choque. Por outro lado, quanto maior T , menor será o efeito de um choque, pois seu peso no cálculo da volatilidade será tão menor quanto maior for a amostra escolhida.

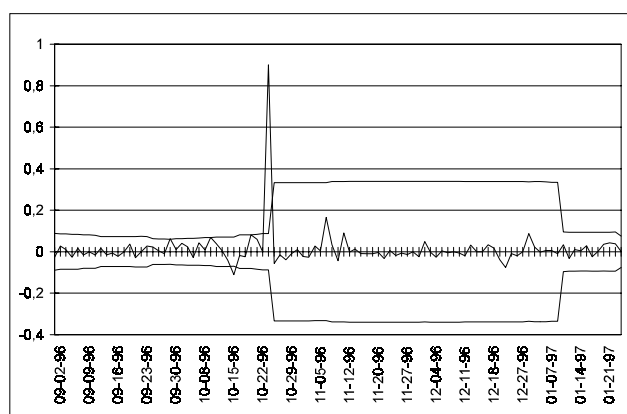
Esse fato pode trazer grandes problemas quando se utiliza a volatilidade como medida de risco de um ativo em particular. Isso porque, se a taxa de variação do ativo apresentar uma grande variação num dia e depois retornar a seu patamar normal, o cálculo da volatilidade irá superestimar o risco do ativo durante T dias, até que o choque saia da amostra.

O Gráfico 2.3 mostra claramente esse problema ao apresentar um intervalo de confiança construído para a taxa de variação diária de TEL5 (recibo de Telebrás), construído com o método da variância simples, usando uma janela de 50 dias úteis. Podemos observar que devido à variação ocorrida no dia 24 de outubro de 1996, quando este ativo subiu mais de 70%, o intervalo de confiança construído passa 50 dias úteis num patamar muito elevado, superestimando, em muito, as variações dos dias que se seguiram ao dia 24.

A superestimação das volatilidades dos instrumentos financeiros pode levar instituições financeiras a serem excessivamente cautelosas, pois elas poderão estar estimando riscos que, na realidade, não mais existem.

GRÁFICO 2.3

Intervalo de confiança para volatilidade e retorno diário Telebrás rec



2.1.2. Métodos da família GARCH

Os modelos auto-regressivos de estimação de variância têm origem na observação do fenômeno de *clustering*, onde retornos altos tendem a ser seguidos por outros retornos elevados, fazendo com que a variância dos retornos apresente grande correlação serial.

A fim de incorporar esse comportamento, Engle (1982) propôs uma classe de modelos conhecidos como modelos ARCH (*autoregressive conditional heteroscedasticity*), que reconhecem a diferença entre a variância incondicional e condicional dos retornos, permitindo que esta última varie no tempo como função dos choques passados. Neles, a variância condicional é descrita como função do quadrado dos desvios passados. No caso dos retornos, onde consideramos a média zero, a variância passa a ser função do quadrado dos retornos passados:

$$\sigma_t^2 = \delta + \alpha(L)r_t^2, \quad (4)$$

onde $\alpha(L)$ é o operador lag e r_t é o retorno. Para que a variância seja positiva, os coeficientes da equação devem ser não-negativos. Num modelo ARCH (p) linear, a variância será uma função linear dos últimos p desvios.

Bollerslev (1986) permite que a variância atual seja função linear, também, das q últimas variâncias, criando os modelos conhecidos como GARCH (*generalized autoregressive conditional heteroskedastic*) linear. Nesses modelos, o ativo continua sendo modelado como na equação (1), enquanto a variância é descrita pela equação:

$$\sigma_t^2 = \delta + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 = \delta + A(L)r_t^2 + B(L)\sigma_t^2 \quad (5),$$

onde o retorno é definido por $r_{t+1} = \sigma_t \varepsilon_{t+1}$.

No caso de todas as raízes do polinômio $[1-B(z)=0]$ estarem fora do círculo unitário, a variância condicional dos retornos pode ser reescrita como função dos retornos passados:

$$\sigma_t^2 = \delta(1-B(1))^{-1} + A(L)(1-B(L))^{-1}r_t^2 = \delta \left(1 - \sum_{i=1}^p \beta_i \right)^{-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i r_{t-i}^2,$$

que pode ser visto como um processo ARCH infinito. Os parâmetros γ são conseguidos através da expressão $D(L) = A(L)(1-B(L))^{-1}$, fazendo:

$$\gamma_i = \begin{cases} \alpha_i + \sum_{j=1}^n \beta_j \gamma_{t-j}; i=1, \dots, q \\ \sum_{j=1}^n \beta_j \gamma_{t-j}; i=q+1, \dots \end{cases} \quad \text{onde } n=\min\{p, i-1\}$$

Bollersev mostra que para que o processo seja bem definido, ou seja, para que as variâncias condicionais sejam positivas, é necessário que os parâmetros α_i e β_j sejam não-negativos e para que este processo seja estacionário é preciso que $\sum_{i=0}^{p-1} \alpha_i + \sum_{j=0}^{q-1} \beta_j$ seja menor do que um..

estimações baseadas em modelos do tipo GARCH geram variâncias onde há uma tendência de valores extremos serem

seguidos de outros valores extremos, dando conta do fenômeno de *clustering* já citado.

Estudos empíricos apontam o modelo GARCH (1,1) como uma representação adequada para diversas séries de ativos financeiros. A utilização de tal modelo reduz a equação (5) a:

$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-1}^2 \quad (6)$$

que será usada neste trabalho para a estimação das volatilidades.

Da equação (6), podemos escrever:

$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 (\varepsilon_t^2 - \sigma_{t-1}^2) + (\beta_1 + \beta_2) \sigma_{t-1}^2 = \beta_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 (\varepsilon_t^2 - 1) + (\beta_1 + \beta_2) \sigma_{t-1}^2 \quad (7)$$

Na primeira igualdade, o termo $(\varepsilon_t^2 - \sigma_{t-1}^2)$ tem média zero, condicional às informações do período anterior, podendo ser visto como o choque na variância. O coeficiente β_1 mede como esse choque atinge a variância do período t , enquanto $(\beta_1 + \beta_2)$ mede a taxa com que este choque *morre* ao passar do tempo, ou seja, a persistência do choque.

Podemos chamar β_1 de coeficiente ARCH e β_2 de coeficiente GARCH. Schwaiger (1995) cita trabalhos sobre retornos do índice S&P e NYSE onde as variâncias destes retornos são estimadas por modelos GARCH (1,1). Nos dois casos, os componentes ARCH têm efeitos muito menores e menos significantes do que os componentes GARCH, indicando que a variância condicional do retorno desses índices reage timidamente a choques, mas apresenta grande persistência.

Da equação (6), podemos mostrar que a previsão de mínimo erro quadrático médio da variância k dias à frente será dado por:

$$E[\sigma_{t+k}^2] = \bar{\sigma}^2 + (\sigma_t^2 - \bar{\sigma}^2) \gamma^k \quad (8)$$

onde $\gamma = \beta_1 + \beta_2$ e $\bar{\sigma}^2$ é a variância incondicional do modelo, que podemos mostrar ser $\bar{\sigma}^2 = \frac{\beta_0}{(1-\gamma)}$. A equação (8) mostra

que, à medida que o horizonte de previsão se alonga, a informação atual se torna menos importante e a previsão converge para a variância incondicional do modelo. Podemos interpretar γ como uma medida da velocidade com que os choques na volatilidade decaem. Quando γ se aproxima de um, o efeito de choques passados cresce, levando a volatilidade a desviar-se de sua média por um longo período.

Um caso particular de modelo GARCH (1,1), se dá quando os coeficientes β_1 e β_2 somam um, fazendo com que o polinômio definido na equação (5) tenha uma raiz unitária e, conseqüentemente, um choque na variância condicional seja muito persistente, no sentido de que permanece importante para a estimativa de variância futura por um período

indefinido. Esse modelo é conhecido como GARCH integrado, ou IGARCH, e a variância condicional passa a ter a forma:

$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1}^2 + (1 - \beta_1) \sigma_{t-1}^2 \quad (9)$$

A previsão da volatilidade k dias à frente é dada por:

$$E[\sigma_{t+k}^2] = \beta_0 k + \sigma_t^2 \quad (10)$$

o que faz com que a expectativa condicional da volatilidade divirja para infinito, à medida que k vai para infinito.

O modelo IGARCH sem constante ($\beta_0=0$), também chamado de método do decaimento exponencial, ficou bastante conhecido no sistema financeiro por ser o método utilizado pelo banco norte-americano JP Morgan em seu sistema de avaliação de risco, Riskmetrics.

O IGARCH sem constante pode ser reescrito como uma soma ponderada dos quadrados dos retornos, tornando-se a forma mais simples de contornar o problema de autocorrelação serial da variância condicional. O método do decaimento exponencial, como o próprio nome sugere, usa uma média móvel exponencial para calcular a volatilidade, dando peso maior às observações mais recentes. A fórmula do desvio-padrão, tomando a média dos retornos como zero, torna-se simplesmente:

$$\sigma_t = \sqrt{(1-\lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} r_{t-i}^2} \quad (11)$$

onde λ é o fator de decaimento escolhido, devendo estar entre zero e um. Podemos observar que o peso de uma observação no cálculo da volatilidade diminui, à medida que nos afastamos da data desta observação. Quanto menor o λ escolhido, maior o peso que está se dando para as últimas observações. Os casos extremos em que λ é zero ou um são bastante esclarecedores. Com λ igual a um, significa que o peso dado a todas observações será igual, fazendo com que este método coincida com o da variância simples. No caso de λ ser zero, significa que o desvio-padrão será simplesmente o módulo da variação do último dia, ou seja, todo o peso do cálculo da volatilidade estará na observação mais recente.

Intuitivamente, a escolha de λ deve depender de quão rápido o nível médio da taxa de variação varia no tempo. Se esta média varia lentamente no tempo, fatores próximos de um devem ser escolhidos. Caso contrário, ou seja, caso a média da taxa de variação varie rapidamente, fatores de decaimento menores devem ser escolhidos.

Os métodos da família GARCH apresentados até agora não consideram o problema de choques assimétricos na variância condicional, ou seja, a possibilidade de choques negativos e positivos afetarem de maneira diferenciada a variância do retorno. Nesses modelos, apenas a magnitude, e não o sinal dos choques passados, afetam o cálculo da variância

condicional. A observação empírica sugere que retornos negativos tendem a aumentar a variância mais do que retornos positivos da mesma magnitude.

Para abordarmos este problema, podemos generalizar o modelo GARCH, escrevendo-o como:

$$\sigma_t^2 = w + \alpha \sigma_{t-1}^2 A(\varepsilon_t) + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad (12) \text{ onde } A(\varepsilon_t) = |\varepsilon_t - b| - c(\varepsilon_t - b)$$

Partindo do modelo GARCH para o desvio-padrão apresentado em Hentschel (1995)⁶, podemos desenhar uma curva mostrando o impacto dos retornos sobre a volatilidade. No caso do modelo GARCH tradicional esta curva é simétrica em relação à origem no espaço $\sigma_t - r_t$, como mostra a Figura (a) abaixo. A equação (12) permite a incorporação dos dois principais tipos de assimetria estudados. O primeiro diz respeito ao deslocamento paralelo da curva de impacto. A magnitude e o sentido desse deslocamento dependem do parâmetro b que, quando positivo, determina um deslocamento para a direita da curva de impacto, como mostrado na Figura (b). Nesse caso, obtemos uma assimetria onde choques negativos afetam mais a volatilidade do que os positivos da mesma magnitude.

A outra assimetria capaz de ser incorporada aos modelos pode ser descrita como uma rotação da curva de impacto, como indicado na Figura (c), determinada pelo parâmetro c . Um valor maior que zero para este parâmetro determina uma rotação da curva de impacto no sentido horário, fazendo com que, novamente, os choques negativos tenham maior impacto sobre a volatilidade do que os choques positivos.

FIGURA (a)

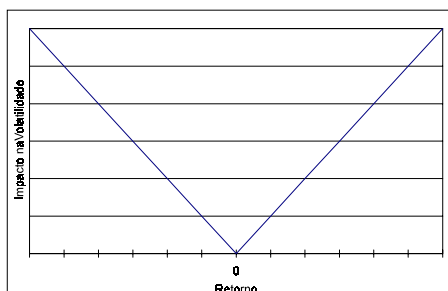


FIGURA (b)

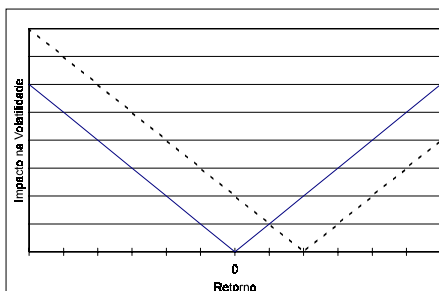
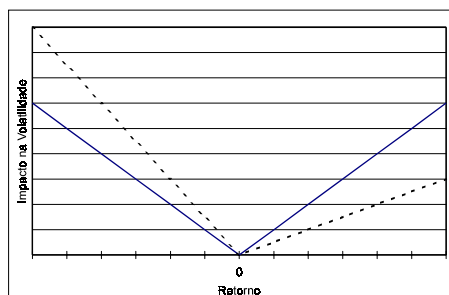


FIGURA (c)



A assimetria causada pelo deslocamento paralelo da curva de impacto é mais pronunciada para choques pequenos. No caso de choques muito elevados, o efeito dessa assimetria se torna uma parte relativamente pequena do efeito total sobre a volatilidade. Já no caso da assimetria determinada por c , os

choques nulos continuam, como nos modelos tradicionais, causando a menor alteração possível na volatilidade e a magnitude do efeito de assimetria para choques pequenos é reduzida em termos absolutos. O tamanho do efeito assimetria em relação à resposta total da volatilidade ao choque torna-se constante, qualquer que seja a magnitude do choque.

Hentschel generaliza a expressão (12) permitindo que potências de $f(\varepsilon)$ e de σ_t afetem a variância condicional do retorno, resultando na equação:

$$\frac{\sigma_t^\lambda - 1}{\lambda} = w + \alpha \sigma_{t-1}^\lambda [f(\varepsilon_t)]^\nu + \beta \left(\frac{\sigma_{t-1}^\lambda - 1}{\lambda} \right), \quad (13)$$

que representa a família de modelos que inclui os modelos mais utilizados da família GARCH, entre eles:

GARCH tradicional

O modelo GARCH tradicional, já apresentado, é obtido definindo $f(\varepsilon) = |\varepsilon|$ e estipulando $\lambda=\nu=2$ e $b=c=0$. Devido às restrições impostas para b e c , o modelo, definido pela fórmula abaixo, não permite assimetria:

$$\sigma_t^\lambda = 2w + 2\alpha \sigma_{t-1}^\lambda \varepsilon_t^2 + \beta \sigma_{t-1}^\lambda \quad \text{ou} \quad \sigma_t^\lambda = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-1}^\lambda \quad (14)$$

GARCH não-linear assimétrico

Fazendo $\lambda=\nu=2$ e $c=0$, deixando b livre, obtemos um modelo onde o impacto dos novos choques é deslocado numa magnitude b , sendo a variância definida por:

$$\sigma_t^\lambda = 2w + 2\alpha \sigma_{t-1}^\lambda (\varepsilon_t - b)^2 + \beta \sigma_{t-1}^\lambda \quad (15)$$

Glosten-Jagannathan-Runkle – GJR

Se ao contrário do modelo anterior fixarmos $b=0$ e deixarmos c livre, chegamos ao modelo conhecido por GJR, onde o impacto dos retornos negativos sobre o valor da variância condicional é maior que o dos retornos positivos quando c for positivo, permitindo assimetria entre os choques.

$$\sigma_t^\lambda = w + 2\alpha \sigma_{t-1}^\lambda [(1+c^2)\varepsilon_t^2 - 2c|\varepsilon_t|] + \beta \sigma_{t-1}^\lambda \quad \text{ou} \quad \sigma_t^\lambda = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_t^2 + \beta_2 \varepsilon_t^2 \mathbf{1}(\varepsilon_t \leq 0) + \beta_3 \sigma_{t-1}^\lambda \quad (16)$$

Quando relevante, essa assimetria é capturada pelo coeficiente β_2 , que mostra a intensidade com que choques negativos impactam mais do que os positivos, o que resulta em um coeficiente $\beta_2 > 0$. O coeficiente β_3 , relacionado à variância passada, mede a persistência dos choques nas variâncias futuras. Necessitamos $\beta_0 > 0$, β_1 e $\beta_2 \geq 0$ e $\beta_1 + \beta_2 > 0$ para garantir que a variância condicional seja positiva.

O modelo GJR foi apresentado por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993). Partindo do modelo GARCH tradicional, os autores criaram quatro modelos alternativos. O primeiro é o apresentado acima, conhecido com GJR. Os outros três modelos têm alterações basicamente no que se refere à definição do conjunto de informações no tempo t . Relaxa-se a hipótese de que este conjunto consiste apenas nos retornos

passados e incorpora aos modelos outras informações, como a taxa de retorno sem risco e alterações em fundamentos da economia.

GARCH Exponencial ou EGARCH

Esse modelo é obtido fixando-se $\lambda=0, v=1$ e $b=0$. Sabendo que

$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{(\sigma_t^\lambda - 1)}{\lambda} = 1(\sigma_t)$, chegamos à expressão:

$$1(\sigma_t^2) = w + 2\alpha[|\varepsilon_t| - E|\varepsilon_t| - \alpha_t] + \beta_1 1(\sigma_{t-1}^2) \quad (17)$$

ou na sua forma mais conhecida:

$$1(\sigma_t^2) = \beta_0 + \beta_1 \left(\left| \frac{x_t}{\sigma_t} \right| - \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \right) - \beta_2 \left(\frac{x_t}{\sigma_t} \right) + \beta_3 1(\sigma_{t-1}^2) \quad (18)$$

Os coeficientes β_2 e β_3 podem ser interpretados como no modelo GJR.

O EGARCH foi apresentado primeiramente por Nelson (1991), como alternativa aos modelos GARCH. Se por um lado este último captura a tendência de *clustering* da volatilidade, a simples estrutura do modelo GARCH impõe determinadas limitações. Estudos empíricos realizados ainda na década de 70 mostravam evidências de que os choques nos retornos dos ativos financeiros apresentavam correlação negativa com mudanças na volatilidade desses retornos, ou seja, a volatilidade tendia a aumentar diante de choques negativos nos retornos e a diminuir diante dos choques positivos. Essa observação empírica sugeria que um modelo no qual a volatilidade respondesse assimetricamente a choques positivos e negativos deveria ser preferível aos até então existentes. O modelo EGARCH foi o primeiro a capturar esse fenômeno.

Outra limitação do GARCH que estimulou a criação do modelo EGARCH foi a restrição imposta aos valores dos coeficientes para garantir a positividade da variância condicional. Essa restrição implica que choques no retorno levarão a um aumento na volatilidade em qualquer data futura, além de criar dificuldades na estimação dos modelos GARCH. Alguns trabalhos empíricos tiveram que impor uma estrutura declinante nos coeficientes para prevenir que estes se tornassem negativos.

O modelo EGARCH consegue superar as duas limitações. Além de captar o fenômeno de assimetria através do coeficiente β_2 , não necessitamos impor qualquer restrição aos valores dos coeficientes, pois a função log garante a positividade da variância.

Threshold GARCH ou TGARCH

Fixando-se $\lambda=v=1$ e $b=0$, chegamos ao modelo TGARCH, onde o desvio-padrão é definido por:

$$\sigma_t^\lambda = w + \alpha \sigma_{t-1} [|\varepsilon_t| - \alpha_t] + \beta \sigma_{t-1} = w + \alpha(1-c) \sigma_{t-1} \varepsilon_t^+ - \alpha(1-c) \sigma_{t-1} \varepsilon_t^- + \beta \sigma_{t-1} \quad (19)$$

onde $\varepsilon_t^+ \equiv \max\{\varepsilon_t, 0\}$ e $\varepsilon_t^- \equiv \min\{\varepsilon_t, 0\}$

ARCH não-linear ou NARCH

Esse tipo de modelo, inicialmente desenvolvido com uma especificação ARCH, tem sua extensão para a família GARCH feita fixando-se $\lambda = \nu$ e $b = c = 0$.

$$\sigma_t^\lambda = w + \alpha\lambda|\sigma_{t-1} - \varepsilon_t|^\lambda + \beta\sigma_{t-1}^\lambda \quad (20)$$

Asymmetric power ARCH ou A-PARCH

Essa família de modelos é um caso mais geral dos modelos acima, permitindo valores de c diferentes de zero. Com isso, temos:

$$\sigma_t^\lambda = w + \alpha\lambda(|\sigma_{t-1} - \varepsilon_t| - \sigma_{t-1}\varepsilon_t)^\lambda + \beta\sigma_{t-1}^\lambda \quad (21)$$

2.2. Estimação

De todos os modelos apresentados, estimaremos os modelos GARCH *standard*, IGARCH, IGARCH sem constante, GJR e EGARCH. Os dois últimos foram escolhidos por captarem o fenômeno de assimetria dos choques negativos e positivos sobre a variância condicional dos retornos, tão propagado na teoria de finanças. O GARCH será estimado por ser o modelo de onde os outros se derivam e os dois modelos IGARCH por serem bastante conhecidos, principalmente o sem constante, que é o modelo mais utilizado nos sistemas de avaliação de risco de mercado.

A estimação de todos esses modelos é feita através da construção de uma função de máxima-verossimilhança condicional aos parâmetros do modelo e à estimativa da variância inicial.

Definimos $\sigma_t(\theta)$, onde θ é o vetor dos parâmetros, como desvio-

padrão condicional ao tempo t e $\varepsilon_{t+1}(\theta) \equiv \frac{r_t}{\sigma_t(\theta)}$. Quando θ contém os verdadeiros parâmetros do modelo, $\varepsilon_{t+1}(\theta)$ será i.i.d. com função de densidade normal padrão, dada por:

$$g[\varepsilon_{t+1}(\theta)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_{t+1}^2(\theta)}{2}\right] \quad (16)$$

Logo, a função log-verossimilhança de r_{t+1} será:

$$L_t(r_{t+1}, \theta) = \log[g(\varepsilon_{t+1}(\theta))] - \frac{1}{2} \log[\sigma_t^2(\theta)] = -\log(\sqrt{2\pi}) - \frac{1}{2} \frac{r_{t+1}^2}{\sigma_t^2(\theta)} - \frac{1}{2} \log[\sigma_t^2(\theta)] \quad (17)$$

e a função log-verossimilhança para toda série de retornos será dada por:

$$L(r_1, r_2, \dots, r_T; \theta; \sigma_0^2) = \sum_{t=0}^{T-1} L_t(r_{t+1}; \theta) \quad (18)$$

O estimador de quasi-máxima-verossimilhança será o vetor θ que maximizar a expressão (18), que será conseguido através do método numérico BHHH⁷ disponível no RATS. Uma vez estimados os parâmetros, os valores das variâncias

condicionais para todos os dias da amostra é conseguido recursivamente através da expressão de cada modelo.

Os cinco modelos de variância a serem estimados são:

- 1- GARCH(1,1) –

$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 x_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-1}^2 \quad ; \quad \theta \equiv (\beta_0, \beta_1, \beta_2) \text{ onde } \beta_1 \text{ e } \beta_2 > 0$$
- 2- IGARCH(1,1) –

$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 x_{t-1}^2 + (1 - \beta_1) \sigma_{t-1}^2 \quad ; \quad \theta \equiv (\beta_0, \beta_1)$$
- 3- IGARCH(1,1) sem cte. –

$$\sigma_t^2 = \beta_1 x_{t-1}^2 + (1 - \beta_1) \sigma_{t-1}^2 \quad ; \quad \theta \equiv (\beta_1)$$
- 4- EGARCH –

$$\ln\left(\frac{\sigma_t^2}{\sigma_{t-1}^2}\right) = \beta_0 + \beta_1 \left(\left| \frac{x_t}{\sigma_t} \right| - \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \right) - \beta_2 \left(\frac{x_t}{\sigma_t} \right) + \beta_3 \ln(\sigma_{t-1}^2) \quad ; \quad \theta \equiv (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$$
- 5- GJR –

$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 x_t^2 + \beta_2 x_t^2 1(x_t < 0) + \beta_3 \sigma_{t-1}^2 \quad ; \quad \theta \equiv (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$$

onde $\beta_0 > 0, \beta_1, \beta_3 \geq 0 \text{ e } \beta_1 + \beta_2 > 0$

Serão estimadas as variâncias condicionais para as séries de retornos de instrumentos de renda fixa de 10 diferentes prazos: um, cinco, 20, 40, 60, 80, 100, 150, 200 e 250 dias úteis, sempre supondo a média desses retornos nula. As Tabelas 2.1 a 2.5, nas duas próximas páginas, mostram os resultados das estimações dos cinco modelos para os 10 prazos escolhidos.

A suposição de média zero não parece ser tão grave, na medida em que a análise das séries de retorno dos instrumentos de renda fixa mostrou que as médias dos retornos de todos os vencimentos se mostraram significativamente iguais a zero, mesmo para um nível de significância de 10%.

Como era de se esperar, todas as séries de retorno apresentaram excesso de achatamento, em relação à distribuição normal, significantes a níveis bem abaixo de 1%. O mesmo ocorre com a análise de assimetria, com exceção do retorno do instrumento de renda fixa com prazo de 80 dias úteis, que só apresenta assimetria a um nível de significância de mais de 6%.

Na estimação do modelo IGARCH sem constante, todos os coeficientes β_1 apresentam coeficientes significativamente diferentes de zero a um nível bem abaixo de 1%. É interessante observar que, em todos os casos, o coeficiente que mede a persistência dos choques no cálculo da variância condicional, dado por $(1 - \beta_1)$, tem valor bastante elevado, variando entre 0,8 e 0,95. Isso mostra que a variância condicional do tempo t é fortemente influenciada pela sua volatilidade passada e menos pelos choques no instante presente, uma vez que os efeitos dos choques passados refletem na variância por bastante tempo. Vale lembrar que esse fator $(1 - \beta_1)$ é o que no método do decaimento exponencial chamamos de fator de

decaimento. Quanto maior este fator, menor é o peso relativo que está sendo dado para o último retorno no cômputo da variância condicional.

Com exceção do retorno para o instrumento de renda fixa de um dia, onde o coeficiente que mede a persistência do choque na volatilidade está próximo de 0,5, as características do IGARCH sem constante valem também para o IGARCH com constante. O coeficiente estimado para a constante apresenta-se significativamente diferente de zero a um nível de significância abaixo de 1% para o retornos de todos os prazos.

TABELA 2.1

	Tx 1 dia	Tx 5 dias	Tx 20 dias	Tx 40 dias	Tx 60 dias	Tx 80 dias	Tx 100 dias	Tx 150 dias	Tx 200 dias	Tx 250 dias
$\% \text{ mean}$	-5,94E-07	-4,69E-06	3,54E-06	2,02E-05	6,25E-05	0,000107	0,0001884	0,0003645	0,0006076	0,009238
$\% \text{ signif}$	0,905699	0,511809	0,893953	0,68725	0,401123	0,402073	0,3737199	0,4783639	0,4750466	0,4394787
$\% \text{ skewness}$	3,17384	-2,087524	-3,622857	-2,543079	-1,076836	0,185079	0,5623002	1,0589146	1,249026	1,496791
$\% \text{ ztest}$	2,97E-223	1,01E-97	3,04E-290	4,52E-144	2,71E-27	0,062883	1,59E-08	1,90E-26	3,85E-36	3,86E-51
$\% \text{ kurtosis}$	54,65749	41,30704	75,15695	53,19754	29,53603	17,50295	18,186349	19,661925	21,643978	23,536993
$\% \text{ ztest}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABELA 2.2

M odelo IGARCH sem constante

	Tx 1 dia	Tx 5 dias	Tx 20 dias	Tx 40 dias	Tx 60 dias	Tx 80 dias	Tx 100 dias	Tx 150 dias	Tx 200 dias	Tx 250 dias
β_1	0,202987	0,054291	0,055728	0,134135	0,112330	0,127592	0,0808097	0,0709384	0,0888573	0,0934753
γ_0	52,97661	56,51248	62,86517	34,27298	22,12215	29,39478	38,627749	28,012734	29,586043	30,455806
signif	0	0	0	0	0	6,40E-190	0	1,14E-172	2,26E-192	1,00E-203

A estimação do método GARCH reafirma a tendência encontrada nos dois primeiros métodos e em diversos trabalhos empíricos de que o componente ARCH, dado por β_1 tem efeitos muito menores e menos significativos do que o componente GARCH, dado por β_2 indicando que as variâncias condicionais dos retornos desses instrumentos reagem timidamente a choques, mas apresentam grande persistência. A exceção, mais uma vez, ficou por conta do retorno do instrumento de um dia.

TABELA 2.3

M odelo IGARCH com constante

	Tx 1 dia	Tx 5 dias	Tx 20 dias	Tx 40 dias	Tx 60 dias	Tx 80 dias	Tx 100 dias	Tx 150 dias	Tx 200 dias	Tx 250 dias
β_0	7,13E-11	9,11E-11	3,36E-10	4,80E-10	9,67E-10	2,36E-09	2,92E-09	1,07E-08	3,84E-08	7,03E-08
γ_0	8,998052	11,36202	10,00325	4,388643	3,679779	3,243464	3,6634544	4,0669165	4,8985228	4,737638
signif	2,30E-19	6,46E-30	1,47E-23	1,14E-05	0,000233	0,001181	0,0002488	4,764E-05	9,66E-07	2,16E-06
β_1	0,583083	0,133124	0,122592	0,143222	0,124366	0,135302	0,0844794	0,083078	0,1075363	0,1105927
γ_1	18,09128	40,39255	44,16507	31,77294	20,35439	32,06834	40,333058	26,581751	31,642989	32,416931
signif	3,73E-73	0	0	1,53E-221	4,24E-92	1,22E-225	0	1,10E-155	9,47E-220	1,58E-230

TABELA 2.4

M odelo GARCH

	Tx 1 dia	Tx 5 dias	Tx 20 dias	Tx 40 dias	Tx 60 dias	Tx 80 dias	Tx 100 dias	Tx 150 dias	Tx 200 dias	Tx 250 dias
β_0	6,90E-11	7,45E-11	1,16E-10	1,35E-10	5,46E-10	1,10E-09	1,91E-09	1,14E-08	3,42E-08	5,89E-08
γ_0	8,474768	9,273641	2,335964	1,073613	1,679811	1,271435	1,7374491	3,332192	3,7491844	3,3711114
signif	2,36E-17	1,80E-20	0,019493	0,282996	0,092994	0,203574	0,0823079	0,0008617	0,0001774	0,0007487
β_1	0,637679	0,228618	0,334742	0,251864	0,204072	0,193237	0,109413	0,148358	0,1923639	0,1984259
γ_1	7,961065	17,76785	16,79369	20,94615	13,34751	19,09068	16,367149	17,232902	16,598345	16,335192
signif	1,71E-15	1,25E-70	2,71E-63	2,03E-97	1,22E-40	3,02E-81	3,28E-60	1,50E-66	7,16E-62	5,55E-60
β_2	0,40788	0,838117	0,813911	0,826746	0,843688	0,848543	0,9051134	0,8827328	0,8562693	0,8531183
γ_2	10,95225	144,2237	97,71614	128,3688	97,13507	206,4612	325,92938	205,24113	172,22709	168,72585
signif	6,48E-28	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABELA 2.5

Modelo GJR

	Tx 1 dia	Tx 5 dias	Tx 20 dias	Tx 40 dias	Tx 60 dias	Tx 80 dias	Tx 100 dias	Tx 150 dias	Tx 200 dias	Tx 250 dias
β_0	7,24E-11	4,67E-11	1,09E-10	1,51E-10	5,62E-10	1,08E-09	1,87E-09	1,82E-08	5,66E-08	1,04E-07
τ_{β_0}	7,839691	8,572237	2,166587	1,258436	1,69289	1,238231	1,6106646	4,7867683	5,8202498	5,545676
signif	4,52E-15	1,01E-17	0,030266	0,208234	0,090476	0,21563	0,1072529	1,69E-06	5,88E-09	2,93E-08
β_1	0,778048	0,321711	0,347624	0,221468	0,185474	0,202634	0,1084293	0,0570793	0,0623264	0,0595351
τ_{β_1}	6,728788	20,2126	13,30866	13,06523	11,02195	11,85737	12,550495	5,9540742	5,4096179	5,2123475
signif	1,71E-11	7,58E-91	2,06E-40	5,20E-39	3,00E-28	1,97E-32	3,95E-36	2,62E-09	6,32E-08	1,86E-07
β_2	-0,24936	-0,27537	-0,02847	0,057793	0,042778	-0,018162	0,005417	0,2842693	0,3289928	0,3409617
τ_{β_2}	2,097048	13,52057	1,24304	2,866164	2,024111	0,812925	0,3493574	10,748347	9,2006797	9,0134846
signif	0,035989	1,18E-41	0,213853	0,004155	0,042959	0,416261	0,726821	6,03E-27	3,56E-20	2,00E-19
β_3	0,385648	0,865761	0,814536	0,828681	0,843487	0,847765	0,9044498	0,8704744	0,8533774	0,8521227
τ_{β_3}	8,916432	280,6262	98,28682	118,3299	92,68541	188,3051	323,60882	182,52707	147,12958	143,45211
signif	4,82E-19	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABELA 2.6

Modelo EGARCH

	Tx 1 dia	Tx 5 dias	Tx 20 dias	Tx 40 dias	Tx 60 dias	Tx 80 dias	Tx 100 dias	Tx 150 dias	Tx 200 dias	Tx 250 dias
β_0	-2,72859	-0,50747	-0,13480	-0,006727	0,017464	0,048601	0,0863333	0,0578096	0,0543373	0,0597593
τ_{β_0}	10,821157	10,16413	3,419332	0,166261	0,55426	1,815608	5,6427044	6,5161732	5,8600413	6,4016749
signif	2,72E-27	2,87E-24	0,000628	0,867951	0,579401	0,069431	1,67E-08	7,21E-11	4,63E-09	1,54E-10
β_1	0,933468	0,369805	0,494733	0,449938	0,365676	0,314568	0,260501	0,2483894	0,2860471	0,2979824
τ_{β_1}	14,69806	41,34572	35,03301	32,12197	21,34918	36,1555	28,720142	22,856691	23,652841	23,996936
signif	6,63E-49	0	7,0E-269	2,18E-226	3,9E-101	3,05E-286	2,14E-181	1,25E-115	1,10E-123	2,99E-127
β_2	-0,08188	-0,04645	-0,02639	0,018989	0,009129	-0,008185	0,0321681	0,1025118	0,1165158	0,1238594
τ_{β_2}	2,299509	4,487304	3,257239	2,244805	0,893841	0,892787	3,5673904	7,8449823	8,7064281	9,1224141
signif	0,021476	7,21E-06	0,001125	0,024781	0,371407	0,371971	0,0003606	4,33E-15	3,14E-18	7,35E-20
β_3	0,868169	0,969759	0,986499	0,995612	0,998432	1,000539	1,003251	1,0011177	1,0003048	1,0007894
τ_{β_3}	72,96096	362,795	401,0422	366,6199	444,609	491,4711	826,85204	1282,5118	1167,1346	1090,3187
signif	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Ao contrário do ocorrido no IGARCH com constante, no modelo GARCH a constante não se apresenta significativamente diferente de zero ao nível de 1% para os prazos entre 20 e 100 dias úteis. Outro ponto bastante interessante é que em nenhum dos casos os coeficientes obedecem à condição necessária para a *estacionariedade* do processo que define a variância condicional. Em todos os prazos, a soma dos coeficientes ($\beta_1 + \beta_2$) apresenta-se maior do que um. As condições que garantem a positividade da variância condicional, no entanto, são atendidas para todos os prazos e para os três modelos analisados até então.

Nos modelos que capturam o fenômeno da assimetria, GJR e EGARCH, os coeficientes β_2 que medem esse efeito são significativamente diferentes de zero ao nível da significância de 5% para todos os prazos, seja num modelo ou em outro, com exceção do retorno dos instrumentos com prazo de 80 dias úteis.

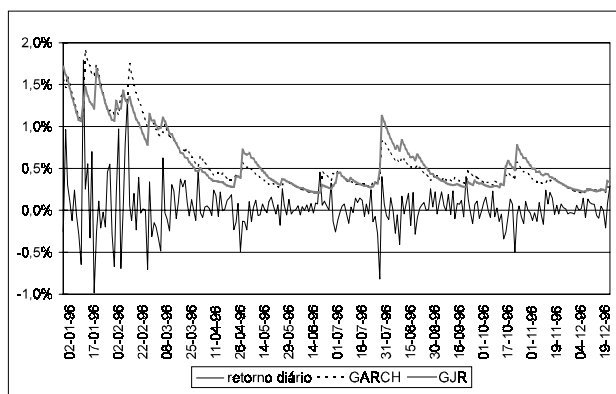
Os coeficientes β_2 para os instrumentos de mais curto prazo (um, cinco e 20 dias úteis) apresentam sinal negativo, indicando que os choques positivos têm maior impacto sobre a variância condicional. Isso vai de encontro à teoria tradicional de finanças que aponta os choques negativos como tendo maior impacto na variância dos ativos. Para os prazos acima de 20 dias úteis, o sinal encontrado para o coeficiente que mede assimetria é o esperado.

Como os coeficientes que capturam assimetria são, com exceção para os instrumentos com prazo de 80 dias úteis, significativamente diferentes de zero em algum dos modelos, podemos afirmar que os modelos GJR ou EGARCH são os mais recomendados para a estimação da variância condicional dos retornos de instrumentos de renda fixa.

Porém, com exceção dos prazos acima de 100 dias úteis, a magnitude dos coeficientes que medem a assimetria é bastante reduzida em relação aos demais, o que faz com que as estimações da variância condicional pelos diferentes métodos não tenham diferenças significativas. Mesmo no caso dos instrumentos com prazo superior a 100 dias úteis, as volatilidades estimadas por diferentes métodos não apresentam grandes diferenças, como pode ser observado no Gráfico 2.4, que compara a volatilidade condicional calculada pelo método GARCH e pelo GJR com os retornos diários para instrumentos com prazo de 250 dias úteis.

GRÁFICO 2.4

**Comparação entre métodos de estimação de volatilidade
e retorno do instrumento de renda fixa com prazo de 250 dias úteis**

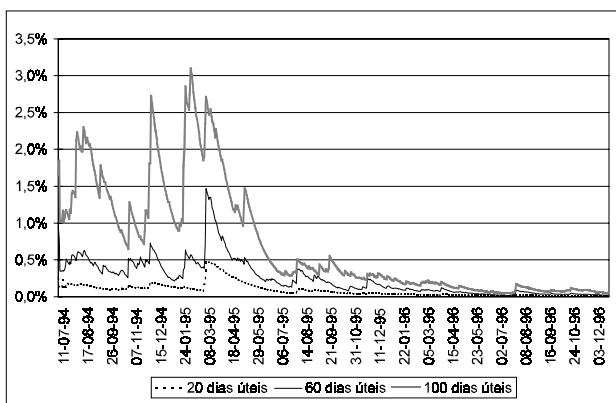


Podemos notar que em períodos menos agitados do mercado financeiro, caracterizados por taxas de variações menores, os dois métodos de estimação quase coincidem. Como era de se esperar, os métodos diferem muito apenas quando há grandes choques negativos, com a volatilidade estimada pelo GJR superando a estimada pelo modelo GARCH. No caso de choques positivos de grande intensidade, o descolamento é contrário, com a volatilidade estimada pelo GARCH aumentando mais do que a do GJR, como ocorreu em alguns dias do início de 1996. Isso se deve exatamente ao fato de o modelo GARCH não diferenciar os choques positivos e negativos, fazendo com que ambos abalem a volatilidade na mesma magnitude, enquanto no GJR retornos positivos e negativos têm impactos diferentes sobre a volatilidade.

Dois pontos, mostrados no Gráfico 2.5, chamam a atenção para os resultados das estimções das variâncias condicionais dos retornos dos instrumentos de renda fixa: a queda brusca nos níveis de volatilidade desde a implantação do Plano Real e o fato de quanto maior o prazo de maturação do ativo de renda fixa, maior seu nível de volatilidade.

GRÁFICO 2.5

Estimação de volatilidade – método IGARCH sem constante



Quanto ao primeiro ponto, as variâncias condicionais apresentam, para todos os prazos, uma nítida tendência de queda desde o início do Plano Real, só interrompida por ocasião do problema com a economia mexicana no final de 1994 e que culminou, internamente, com a crise cambial no início de 1995. No caso dos três prazos apresentados, a queda no nível da volatilidade-preço foi de mais de 90% de meados

de 1994 até o final de 1996. Nos outros métodos estimados, além do IGARCH sem constante mostrado no gráfico, as volatilidades apresentam um padrão de comportamento semelhante.

Esse resultado era esperado, uma vez que a estabilização da economia traz, não só a queda do nível da taxa de inflação, como a diminuição da incerteza quanto ao futuro. O fim dos altos índices de inflação reduzem drasticamente a volatilidade da taxa de juros, uma vez que a inflação era a maior responsável pelo elevado nível da taxa de juros nominal. Com o fim, ou pelo menos estabilização em valores mais baixos, do componente inflacionário, a volatilidade dos juros fica resumida, basicamente, à volatilidade da taxa de juros real. A própria queda da inflação e o aumento da credibilidade do governo após a implantação do Real reduzem também a volatilidade desse componente, o que explica a drástica redução da volatilidade estimada de julho de 1994 até o final de 1996.

O segundo ponto diz respeito à estrutura a termo da volatilidade. A teoria de finanças diz que a volatilidade-preço dos instrumentos de renda fixa tende a crescer, à medida que o prazos dos mesmos se alongam. Esse fato é corroborado pelos dados do Gráfico 2.5 onde, quanto maior o prazo dos instrumentos, maior o patamar da volatilidade de seu retorno. Essa característica dos instrumentos de renda fixa será mais explorada no capítulo seguinte.

3. A estrutura a termo de volatilidade

Para estudarmos o risco de mercado associado aos instrumentos de renda fixa, torna-se imprescindível conhecermos o comportamento da estrutura a termo da taxa de juros, essencial para a precificação desses instrumentos, assim como a relação entre prazo de maturação e volatilidade, importante para as decisões de alocação de recursos em renda fixa.

3.1. Modelos de determinação da taxa de juros

Os primeiros modelos de determinação da estrutura a termo da taxa de juros foram os chamados modelos de equilíbrio que começam fazendo suposições acerca do comportamento de variáveis econômicas e daí derivam um processo para a taxa de juros de curto prazo sem risco, denominada $r(t)$, e suas implicações para a precificação de títulos e derivativos baseados na taxa de juros. A taxa $r(t)$ é conhecida como a taxa instantânea ou taxa *spot* e caracteriza os juros pagos numa aplicação para um período de tempo infinitesimal a partir de t .

Definindo $P(t,T)$ como o preço em t de um título de paga \$1,00 em T , teremos:

$$P(t,T) = E_t \left[e^{-\int_t^T r(s) ds} \right],$$

onde \bar{r} é o valor médio de r entre t e T . Se $R(t,T)$ é a taxa composta continuamente de um termo em t com prazo $(T-t)$, teremos:

$$P(t,T) = e^{-R(t,T)(T-t)} \Rightarrow R(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln P(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln E_t \left[e^{-\int_t^T r(s) ds} \right]$$

A equação acima permite que a estrutura a termo da taxa de juros possa ser obtida, a qualquer momento, pelo valor de $r(t)$ atual e pelo processo neutro ao risco seguido pela taxa *spot*.

Entre os modelos de equilíbrio, os mais conhecidos são os modelos de um fator, em que o processo descrito pela taxa *spot* envolve apenas uma fonte de incerteza. Normalmente $r(t)$ é descrita por um processo do tipo:

$$dr = m(r)dt + s(r)dz ,$$

onde m e s são funções de r , mas não do tempo.

A suposição de um só fator implica que todas as taxas de juros se movem na mesma direção, mas não necessariamente no mesmo montante. Não implica, portanto, que a estrutura a termo tenha sempre o mesmo formato. Entre os modelos de um fator, os mais importantes são o modelo de Rendleman e Bartter, modelo de Vasicek e modelo de Cox Ingersoll e Ross (CIR).⁸

3.1.1. Modelo de Rendleman e Bartter

O modelo apresentado por Rendleman e Bartter (1980) trata o processo de $r(t)$ neutro ao risco como:

$$dr = mr dt + \sigma r dz ,$$

ou seja, a taxa *spot* segue um movimento browniano geométrico, semelhante ao assumido pelo preço das ações na maioria dos modelos de precificação desses ativos. O processo tem uma taxa de crescimento m e uma volatilidade σ constantes, podendo ser representado por uma árvore binomial, onde os parâmetros u , d e p que definem as características dos modelos binomiais são dados por:

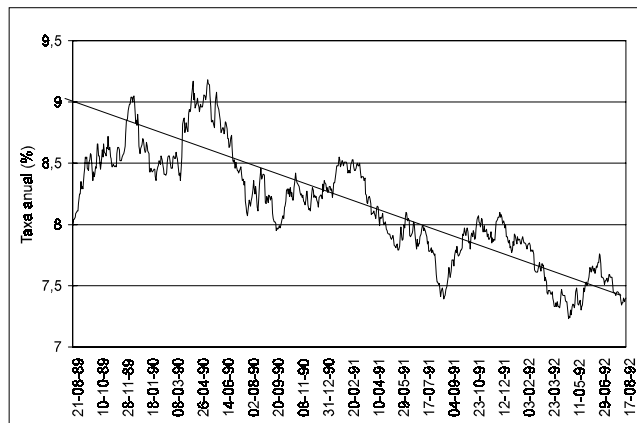
$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} , \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} , \quad p = \frac{a-d}{u-d} , \quad a = e^{m\Delta t}$$

O principal ponto negativo do modelo de Rendleman e Bartter é que a taxa de juros, na prática, apresenta um comportamento em que ela parece ser puxada para um nível específico ao longo do tempo. Esse fenômeno, chamado reversão à média, não é capturado pelo modelo.

Quando a taxa de juros apresenta-se num nível muito elevado, o fenômeno de reversão à média faz com que seu *drift* seja negativo e o contrário, no caso dos juros estarem muito baixos. A razão econômica para esse padrão de comportamento é bastante simples: em tempos de taxa de juros elevada, o produto tende a cair, fazendo com que a demanda de empréstimos caia, gerando pressão para queda dos juros. Já quando os juros estão baixos, o produto tende a subir estimulando a demanda de empréstimos e forçando a subida dos juros. O Gráfico 3.1 mostra bem essa característica ao apresentar o comportamento ao longo do tempo para a taxa de juros de 30 anos nos Estados Unidos.

Podemos notar que no período de três anos, entre agosto de 1989 e agosto de 1992, a taxa de juros para os títulos longos americanos apresentou uma trajetória bastante volátil, mas sempre em torno de uma média para onde a taxa parece, realmente, convergir.

GRÁFICO 3.1

Taxa de juros diária para título de 30 anos nos EUA

O fenômeno de reversão à média tem efeito importante sobre a volatilidade das taxas de juros. Como os juros tendem a voltar para um padrão mais de longo prazo, é de se esperar que choques no presente afetem muito mais as taxas de juros de curto prazo do que as de longo. Com isso, a volatilidade da taxa de juros é função decrescente da maturidade. A taxa para instrumentos de 30 anos, por exemplo, tende a ser menos volátil do que a dos instrumentos de dois anos. Em termos da volatilidade do preço dos instrumentos de renda fixa, o fenômeno de reversão à média faz com que a relação entre prazo e volatilidade-preço seja côncava, ao contrário do afirmado por Schaefer e Schwartz (1987) que diziam que a volatilidade-preço seria proporcional ao prazo de maturação do instrumento financeiro..

3.1.2. Modelo de Vasicek

O modelo apresentado em Vasicek (1977) parte de três hipóteses sobre o comportamento da economia: a) a taxa instantânea, ou taxa *spot*, de juros segue um processo de difusão do tipo $dr = f(r, t)dt + \rho(r, t)dz$; b) o preço dos instrumentos de renda fixa depende apenas da taxa *spot* durante sua maturação; c) o mercado é eficiente, isto é, não há custos de transação, as informações são disponíveis para todos os investidores que agem racionalmente e não há possibilidade de arbitragem.

Uma vez que o modelo trabalha apenas com uma variável de estado, a taxa *spot* para títulos de diferentes prazos são perfeitamente correlacionadas, implicando que informações sobre o título mais curto e um outro qualquer determinam completamente a estrutura a termo da taxa de juros. Isso não significa, porém, que os retornos dos títulos de diferentes maturações sejam perfeitamente correlacionados.

Partindo da equação do processo para o preço de um título dada por:

$$dP = P[\mu(t,s)dt - \sigma(t,s)dz] \quad , \text{com } \mu(t,s,r) = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + f \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{2} \rho^2 \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right) \text{ e } \sigma(t,s,r) = - \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial r}$$

onde $\mu(t,s,r)$ e $\sigma(t,s,r)$ são, respectivamente, a média e desvio-padrão da taxa *spot* em t de um título com vencimento em s dado que a taxa *spot* corrente é $r(t)=r$. Vasicek chega, através de uma estratégia envolvendo títulos de dois vencimentos diferentes e usando a condição de não-arbitragem, à sua equação básica para o preço de títulos, ou sua equação para estrutura a termo, dada por:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + (f + \rho q) \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{2} \rho^2 \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} - rP = 0 \quad ,$$

onde $q(t,r)$, definido como *market price of risk*, especifica o excesso de retorno de um título por unidade de risco e é dado por: $q(t,r) = \frac{\mu(t,s,r) - r}{\sigma(t,s,r)}$, $s \geq t$.

Uma vez determinado $r(t)$ e $q(t,r)$, o preço é conseguido resolvendo a equação de estrutura a termo sujeita à condição de fronteira $P(s,s,r)=1$ e a estrutura a termo $R(t,T)$ da taxa de juros é conseguida via: $R(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln P(t,t+T,r(t))$.

Vasicek desenvolve seu modelo, então, para o caso específico em que o preço de risco, q , é constante. Nele, a taxa *spot* segue um processo Ornstein-Uhlenbeck dado por:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma dz \quad , \text{onde } a, b, \text{ e } \sigma \text{ são constantes.}$$

O modelo acima incorpora o fenômeno de reversão à média, com a taxa *spot* sendo puxada para o nível b à taxa a .

Vasicek mostra que o preço para um título que paga \$1,00 em T é dado pela fórmula:

$$P(t,T) = A(t,T)e^{-B(t,T)r(t)} \quad , \text{com}$$

$$B(t,T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a} \quad \text{e} \quad A(t,T) = \exp \left[\frac{(B(t,T) - T + t) \left(a^2 b - \frac{\sigma^2}{2} \right)}{a^2} - \frac{\sigma^2 B(t,T)}{4a} \right]$$

Com isso, a estrutura a termo da taxa de juros é dada por:

$$R(t,T) = -\frac{1}{T-t} \ln A(t,T) + \frac{1}{T-t} B(t,T)r(t) \quad ,$$

mostrando que a estrutura a termo pode ser determinada como função apenas de $r(t)$, uma vez escolhidos os parâmetros a , b e σ . O modelo de Vasicek permite que a estrutura a termo tenha diferentes formatos: crescente, decrescente e quebrada; e mostra que a estrutura a termo é linearmente

dependente da taxa *spot*, ou seja, o valor da taxa *spot* em t determina o nível da estrutura a termo, mas o formato dela independe da taxa *spot*.

3.1.3. Modelo de Cox, Ingersoll e Ross (CIR)

Cox, Ingersoll e Ross (1985) apresentam um modelo de precificação de ativos para estudar a estrutura a termo da taxa de juros. Nele, fatores como aversão ao risco, alternativas de investimento e preferências sobre *timing* de consumo têm papel importante na determinação do preço dos títulos. CIR consideram o problema de determinar a estrutura a termo como sendo um problema de equilíbrio geral, incluindo vários fatores que permitem prever como as diversas variáveis irão afetar a estrutura a termo.

O modelo descreve uma economia competitiva em tempo contínuo com um único bem onde indivíduos idênticos maximizam a utilidade esperada escolhendo seu consumo e quanto investir em cada processo de produção e em cada *contingent claim*. A taxa de juros e o retorno sobre esses *claims* devem se ajustar até que toda riqueza seja investida em processos de produção física.

As suposições sobre o modelo de equilíbrio levam a um modelo onde a taxa de juros segue um processo definido por:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz$$

O modelo tem o mesmo *drift* do modelo de Vasicek, permitindo reversão à média, mas o termo estocástico tem desvio-padrão proporcional à raiz de r , significando que, à medida que a taxa *spot* cresce, seu desvio-padrão cresce junto. Essa formulação do processo da taxa *spot* elimina uma das principais desvantagens do modelo de Vasicek, que permite que a taxa de juros se torne negativa.

CIR mostram que em seu modelo o preço dos títulos tem o mesmo formato do modelo de Vasicek: $P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)}$ com

$$A(t, T) = \left[\frac{2\gamma e^{\frac{(T-t)(a+\gamma)}{2}}}{(\gamma + a)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right]^{\frac{2ab}{\sigma^2}}, \quad B(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(\gamma + a)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma}, \quad \gamma = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2}$$

As características da estrutura a termo determinada pelo modelo CIR são as mesmas do modelo de Vasicek.

Os três modelos de equilíbrio apresentados têm a desvantagem de não se ajustarem automaticamente à estrutura a termo vigente. Diante desse problema, surgiram os chamados modelos de não-arbitragem, desenvolvidos para serem consistentes com a estrutura a termo determinada pelo mercado. Assumindo, mais uma vez, que a estrutura a termo depende apenas de um fator, adotaremos algumas notações:

– $P(t, T)$: preço, em t , de um zero pagando \$1,00 em T ;

- Ω_t : vetor dos valores passados e presentes da taxa de juros e preços dos títulos de t relevantes para determinar estrutura de volatilidade dos títulos em t ;
- $v(t, T, \Omega_t)$: volatilidade de $P(t, T)$;
- $f(t, T_1, T_2)$: taxa a termo em t para período entre T_1 e T_2 ;
- $F(t, T)$: taxa *spot* a termo em t para contrato vencendo em T ;
- $r(t)$: taxa *spot* sem risco em t ;
- tempo zero: tempo t é um tempo qualquer (hoje ou futuro) em que estamos considerando o modelo. O tempo presente será denotado por zero, o que significa que qualquer variável em zero é conhecida para todo T .

Processo para título e taxa a termo

Assumindo um único fator, o processo neutro ao risco do preço tem a forma:

$$dP(t, T) = r(t)P(t, T)dt + v(t, T, \Omega_t)P(t, T)dZ(t)$$

Para garantir que os títulos atinjam seus valores de face na maturação, $v(t, t, \Omega_t) = 0$. A taxa a termo $f(t, T_1, T_2)$ pode ser relacionada aos preços dos títulos através da fórmula:

$$f(t, T_1, T_2) = \frac{1/P(t, T_1) - 1/P(t, T_2)}{T_2 - T_1}$$

Partindo do processo do preço temos que:

$$df(t, T_1, T_2) = \frac{v(t, T_2, \Omega_t)^2 - v(t, T_1, \Omega_t)^2}{2(T_2 - T_1)}dt + \frac{v(t, T_1, \Omega_t) - v(t, T_2, \Omega_t)}{T_2 - T_1}dZ(t)$$

A equação acima mostra que o processo neutro ao risco de f depende apenas das volatilidades. Depende também de r e P , na medida em que as volatilidades dependem dessas variáveis.

Fazendo $T_1 = T$ e $T_2 = T + \Delta t$ e tomando o limite quando Δt tender a zero, teremos:

$$dF(t, T) = v(t, T, \Omega_t)v_T(t, T, \Omega_t)dt - v_T(t, T, \Omega_t)dZ(t)$$

Uma vez especificada a função de volatilidade, o processo de $F(t, T)$ torna-se conhecido. As funções de volatilidade são, então, suficientes para definir completamente um modelo de taxa de juros de um fator. A equação acima mostra que há uma relação entre o *drift* e o desvio-padrão do processo da taxa a termo. Heath, Jarrow e Morton (1992) foram os primeiros autores a tocar neste ponto. Integrando $v_T(t, \tau, \Omega_t)$ entre t e T , obtemos:

$$v(t, T, \Omega_t) - v(t, t, \Omega_t) = v(t, T, \Omega_t) = \int_t^T v_T(t, \tau, \Omega_t)d\tau,$$

onde a segunda igualdade vem do fato de $v(t, t, \Omega_t) = 0$. Definindo $m(t, T, \Omega_t)$ e $s(t, T, \Omega_t)$ como *drift* e desvio-padrão de $F(t, T)$ de forma a

$$dF(t,T) = m(t,T, \Omega_t)dt + \beta(t,T, \Omega_t)dz, \text{ onde } m(t,T, \Omega_t) = \beta(t,T, \Omega_t) \int_t^T \beta(t,\tau, \Omega_t)d\tau$$

ou no caso multivariado:

$$dF(t,T) = m(t,T, \Omega_t)dt + \sum_i \beta_i(t,T, \Omega_t)dz_i, \text{ onde } m(t,T, \Omega_t) = \sum_i \beta_i(t,T, \Omega_t) \int_t^T \beta_i(t,\tau, \Omega_t)d\tau$$

Uma maneira de modelar a estrutura a termo é utilizar a equação acima para estimar os desvios-padrão e *drifts* do processo. Esse método é mais conhecido como modelo HJM (Heath, Jarrow e Morton). Os autores propuseram um modelo de dois fatores para a estrutura a termo:

$$dF(t,T) = m(t,T, \Omega_t)dt + \sigma_1(t,T)F(t,T)dz_1 + \sigma_2(t,T)F(t,T)dz_2$$

onde dz_1 e dz_2 são não-correlacionados e σ_1 e σ_2 são funções apenas de $(T-t)$.

A maioria dos modelos do tipo HJM tem o grande problema de ser não-markovianos, o que significa que eles são de difícil tratamento analítico e o comportamento da estrutura a termo não pode ser representado por uma *recombining tree*.

Para evitar problemas de *nonrecombining trees*, alternativas para modelo HJM envolvem a especificação de um modelo markoviano para a taxa *spot* onde o *drift* é função do tempo e escolhida de forma a manter o modelo consistente com a estrutura a termo inicial.

3.1.4. Modelo de Ho e Lee

O modelo de Ho e Lee (1986) toma a estrutura a termo da taxa de juros como dada e deriva os possíveis movimentos para essa estrutura, não possibilitando oportunidades de arbitragem. As suposições do modelo são de que o mercado não tem custos de transação, o mercado se equilibra em pontos no tempo, o mercado é completo e em qualquer tempo há um número finito de estados.

O modelo é apresentado na forma binomial similar ao desenvolvido para ações com duas diferenças básicas: estamos preocupados em como os preços dos títulos para diferentes prazos se movem em relação aos outros e o preço, ao contrário das ações, converge para \$1,00 na sua maturação. O processo que caracteriza o preço dos títulos tem como característica uma pequena incerteza em dois períodos de tempo: no futuro imediato e perto de sua maturação.

A taxa *spot* é definida por: $dr = \theta(t)dt + \sigma dz$, onde σ é constante e $\theta(t)$ é função do tempo, escolhida para que o modelo se ajuste à estrutura a termo inicial. Essa função define a direção em que a taxa *spot* se move ao longo do tempo e é independente do nível da taxa *spot*. O modelo de Ho e Lee chega a uma fórmula fechada para o preço dos títulos dada por:

$$P(t,T) = A(t,T)e^{-r(t)(T-t)}, \text{ onde}$$

$$\ln A(t,T) = \ln \left[\frac{P(0,T)}{P(0,t)} \right] - (T-t) \frac{\partial \ln P(0,t)}{\partial t} - \frac{1}{2} \sigma^2 + (T-t)^2$$

A equação define o preço dos títulos em t em termos da taxa *spot* em t e dos preços dos títulos hoje.

A grande vantagem do modelo de Ho e Lee, os primeiros a propor um modelo de não-arbitragem para a estrutura a termo, é que se trata de um modelo markoviano analiticamente tratável e provê um ajustamento exato à estrutura a termo corrente. A desvantagem principal fica por conta de não responder ao fenômeno de reversão à média. Independente de quão alta ou baixa esteja a taxa de juros, a direção para a qual ela se move no próximo período é a mesma. Essa desvantagem é atacada pelo modelo de Hull e White (1990).

3.1.5. Modelo de Hull e White

Hull e White (1990) apresentam dois modelos para a taxa de juros *spot*, ambos consistentes com a estrutura a termo corrente. O primeiro modelo é uma extensão de Vasicek (1977) e o segundo uma extensão de Cox, Ingersoll e Ross (1985). Definindo a taxa *spot* como

$$dr = a(b-r)dt + \sigma r^\beta dz$$

onde a , b , σ e β são constantes. A taxa de juros é puxada para o nível b a uma taxa a . Hull e White estendem o modelo acima, permitindo que o *drift* seja dependente do tempo, assim como a e σ :

$$dr = [\theta(t) + a(t)(b-r)]dt + \sigma(t)r^\beta dz$$

Ao fazermos $\beta=0$ e a e σ constantes, teremos uma extensão do modelo de Vasicek que se ajusta à estrutura a termo corrente, com a taxa *spot* sendo definida por:

$$dr = [\theta(t) - ar]dt + \sigma(t)dz \quad \text{ou} \quad dr = a \left[\frac{\theta(t)}{a} - r \right] dt + \sigma(t)dz$$

Esse modelo pode ser caracterizado como o modelo de Ho e Lee com reversão à média ou o modelo de Vasicek com nível de reversão dependente do tempo. Em t a taxa *spot* reverte

ao nível $\frac{\theta(t)}{a}$ à taxa a . A função $\theta(t)$ pode ser calculada da estrutura a termo inicial como:

$$\theta(t) = F_t(0,t) + aF(0,t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at}),$$

onde o último termo é geralmente pequeno. Se o ignorarmos, o *drift* passa a ser dado por

$$\theta(t) = F_t(0,t) + a[F(0,t) - r],$$

que mostra que, na média, a taxa *spot* segue a inclinação da taxa a termo inicial e quando se afasta desta passa a reverter a ela a taxa a .

Os preços dos títulos no modelo de Hull e White são dados pela mesma fórmula geral de Vasicek, que define preço em t em termos da taxa *spot* em t e dos preços hoje:

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)}$$

$$\text{com } B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}$$

$$\text{e } \ln A(t, T) = \ln \frac{P(0, T)}{P(0, t)} - B(t, T) \frac{\partial \ln P(0, t)}{\partial t} - \frac{1}{4a^3} \sigma^2 (e^{-aT} - e^{-at}) (e^{2at} - 1)$$

A estrutura de volatilidade do preço dos títulos no modelo de Hull e White é determinada por a e σ . A volatilidade-preço em t de um título vencendo em T é dada por:

$$v(t, T, \Omega_t) = \frac{\sigma}{a} [1 - e^{-a(T-t)}]$$

O parâmetro a determina a curvatura do gráfico da volatilidade em relação ao prazo de maturação. Quanto maior este parâmetro maior a curvatura. Quando ele se iguala a zero, a volatilidade-preço passa a ser função linear do prazo de maturação.

3.2. Estrutura a termo da volatilidade-preço no Brasil e nos EUA

Todos os modelos de determinação da estrutura a termo da taxa de juros, assim como os estudos empíricos sobre instrumentos de renda fixa, apontam para uma relação positiva entre prazo de maturação e volatilidade-preço, ao contrário da relação entre prazo e volatilidade da taxa de juros. Gonçalves e Issler (1995) confirmam esse fato ao estimarem a volatilidade-taxa para zeros americanos de diferentes prazos e achar uma relação negativa entre as duas variáveis e o Gráfico 2.5, já apresentado, corrobora a relação positiva entre prazo e volatilidade-preço para os instrumentos de renda fixa no Brasil.

Usaremos a fórmula de volatilidade do preço dos títulos dada pelo modelo de Hull e White para estimarmos a estrutura a termo de volatilidade para os EUA e para o Brasil. Assim como Gonçalves e Issler (1995), utilizaremos o método de mínimos quadrados não-lineares para estimarmos os parâmetros a e σ que determinam a função de volatilidade.

Os dados para estimação serão as volatilidades-preço médias dos cinco semestres entre o segundo semestre de 1994, logo após a implantação do Plano Real, e o segundo semestre de 1996, tanto para o Brasil quanto para os EUA. No caso da economia americana, usaremos a volatilidade-preço dos ativos de renda fixa com prazos de três meses, um, dois, três, cinco, sete, 10 e 30 anos. Já para o Brasil, rodaremos duas séries de regressões: uma utilizando apenas 10 prazos (um, cinco, 20, 40, 60, 80, 100, 150, 200 e 250 dias úteis) e outra

utilizando 51 dados (prazos múltiplos de cinco entre um e 250 dias úteis).

O resultado de todas as regressões estão sumariadas nas Tabelas 3.1 a 3.3. Em todos os casos, as estatísticas t das duas variáveis em questão (α , a taxa de reversão à média, e σ , a volatilidade da taxa *spot*) são bastante elevadas, indicando que estas são significativamente diferentes de zero, mesmo a um nível de significância de 1%. As estatísticas de R^2 também são bastante elevadas, situando-se num patamar acima de 0,98 para todos os casos, sendo que no caso dos EUA todos os R^2 são maiores que 0,99.

O mais interessante é analisarmos a evolução das estruturas a termo da taxa de juros nos dois países. O Gráfico 3.2 mostra a estrutura a termo da volatilidade nos EUA para o primeiro semestre de 1995 e segundo de 1996. Esses semestres foram dois em que os parâmetros α e σ apresentaram maiores diferenças, como podemos comprovar na Tabela 3.1.

Podemos observar que não houve grande alteração na estrutura a termo da volatilidade durante os cinco semestres analisados, traduzida na relativa constância dos valores estimados para os parâmetros que mudam pouco de semestre para semestre. A volatilidade da taxa *spot* permanece praticamente constante durante os cinco semestres analisados. A maior mudança se deu no parâmetro α que mede a velocidade da reversão à média, que teve valores mais baixos para os segundos semestres de 1994 e 1996 e valores mais elevados para os três semestres intermediários. Os semestres que apresentaram valores mais baixos para α foram realmente aqueles em que as taxas de juros pareciam estar descolando de uma trajetória de mais longo prazo.

GRÁFICO 3.2

Evolução da estrutura a termo da volatilidade-preço – EUA

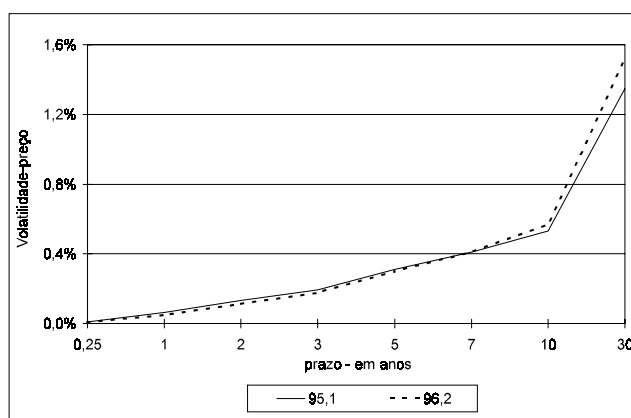


TABELA 3.1

Volatilidade-preço nos EUA

	94.2	95.1	95.2	96.1	96.2
a	0,01274524	0,023297001	0,018426412	0,019704307	0,01261875
t	12,92888	10,14242	12,97784	15,74861	13,14695
sign.	0,00001317	0,00005343	0,00001289	0,00000416	0,00001195
σ	0,00065268	0,000623662	0,000618016	0,000686392	0,00060726
t	80,58465	37,37792	58,31359	66,80276	82,68751
sign.	0	0,00000002	0	0	0
R ²	0,999821	0,998983	0,99962	0,999707	0,999831

Verificamos um valor positivo para o parâmetro a em todos os semestres, como sugere a teoria, que se traduz numa relação côncava entre prazo e volatilidade-preço e num processo de taxa de juros com reversão à média.

O Gráfico 3.3 ilustra bem a relação côncava entre prazo e volatilidade-preço e compara os valores estimados com os efetivos, mostrando que o ajustamento da regressão aos dados reais é excelente.

No caso brasileiro, as duas séries de regressões não apresentam grandes discrepâncias entre si, como pode ser comprovado ao compararmos os resultados das Tabelas 3.2 e 3.3.

GRÁFICO 3.3

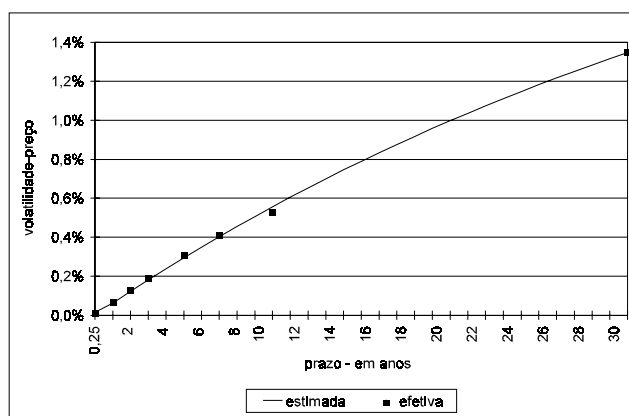
Estrutura a termo de volatilidade-preço – primeiro semestre de 1995

TABELA 3.2

Volatilidade-preço no Brasil (10 observações)

	94.2	95.1	95.2	96.1	96.2
a	-0,00803378	-0,0072146	-0,0096519	-0,0070264	-0,0047444
t	-6,74165	-7,87774	-7,99919	-16,20365	-8,59838
signif.	0,0001463	0,00004878	0,0000437	0,00000021	0,00002589
σ	0,00005866	0,000068474	0,000021403	0,000007108	0,000003532
t	5,70419	7,64906	5,33092	16,28624	14,06877
signif.	0,00045219	0,00006022	0,00070175	0,0000002	0,00000063
R ²	0,982672	0,988999	0,984008	0,997401	0,995374

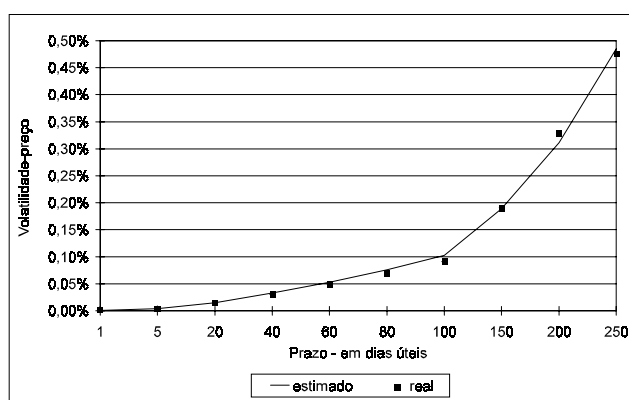
TABELA 3.3

Volatilidade-preço no Brasil (51 observações)

	94.2	95.1	95.2	96.1	96.2
a	-0,0078798	-0,0071503	-0,0099736	-0,0073445	-0,0047657
t	-17,67064	-20,73413	-20,80965	-38,61157	-22,39567
signi.	0	0	0	0	0
σ	0,00006243	0,000071405	0,000021347	0,000006944	0,000003598
t	16,60185	22,04597	14,4103	39,66478	39,13368
signi.	0	0	0	0	0
R ²	0,982558	0,988931	0,981786	0,996483	0,995264

Nos dois casos, os parâmetros são todos significativamente diferentes de zero e as regressões apresentam um excelente ajustamento aos dados reais, comprovado pelo Gráfico 3.4, que mostra a comparação dos valores estimados e reais para o primeiro semestre de 1996. Os demais semestres têm ajustamento similar ao semestre mostrado.

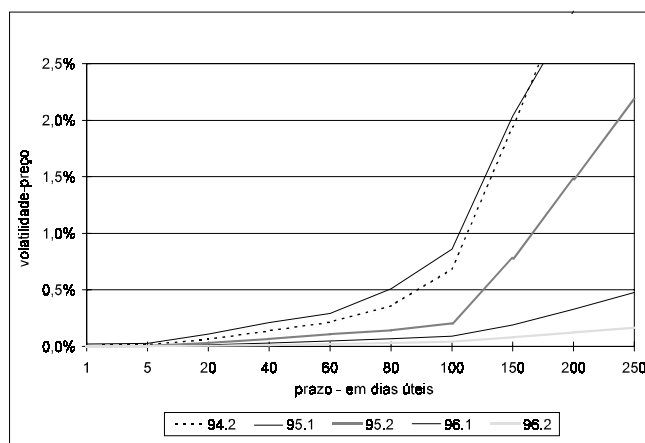
GRÁFICO 3.4

Relação entre prazo e volatilidade-preço média do primeiro semestre de 1996

A simples observação da evolução da estrutura a termo da volatilidade-preço, ilustrada no Gráfico 3.5, mostra a tendência de queda na volatilidade dos ativos de renda fixa no Brasil, fenômeno já observado no capítulo anterior. Nota-se que a estrutura a termo de volatilidade tem caído drasticamente desde a implantação do Plano Real, com exceção do primeiro semestre de 1995, cuja média de volatilidade é totalmente contaminada pelo episódio da crise mexicana, em final de 1994, e da crise cambial brasileira, em março de 1995.

GRÁFICO 3.5

Evolução da estrutura a termo de volatilidade – médias semestrais



Essa queda no nível de volatilidade-preço para todos os prazos é traduzida pelos valores estimados para a volatilidade da taxa *spot*, σ . O parâmetro aumenta no primeiro semestre de 1995, em comparação com o segundo de 1994 e, a partir daí, decresce drasticamente, de um valor de 7,1 E-05 para 3,6 E-06; ou seja, uma queda de mais de 10 vezes.

O valor menor estimado para o parâmetro σ na economia brasileira em relação à americana se deve, unicamente, ao fato de o prazo ser expresso em anos nos EUA e em dias úteis no caso brasileiro. Ao estimarmos a estrutura a termo de volatilidade para os EUA, com os prazos expressos em dias, os valores de σ encontrados foram, como esperado, todos inferiores aos estimados para o Brasil, ficando próximos de 2,5 E-06.

Já o parâmetro α , que mede a velocidade com que a taxa de juros reverte à sua média de longo prazo, tem, no Brasil, um comportamento contrário ao previsto pela teoria ao apresentar valores negativos, o que se traduz numa relação convexa entre prazo e volatilidade-preço.

A explicação para tal fato pode estar nos prazos excessivamente curtos e no ambiente de grande incerteza em que ainda opera a economia brasileira. Em economias mais estáveis, os movimentos de curto prazo dos indicadores econômicos têm um impacto limitado nos prazos mais longos e nem sempre no mesmo sentido. Não é raro observarmos na economia americana uma subida nos juros de curto prazo ser acompanhada de queda nos juros para prazos mais longos. Racionalmente, uma alta nos juros hoje deverá causar redução no nível de crescimento, o que levará a uma pressão para queda de juros no futuro. Esse movimento é antecipado pelo mercado e leva à situação descrita. Já na economia brasileira, como os prazos são mínimos, se comparados aos padrões internacionais, e a incerteza é muito grande, impactos nos juros do mês corrente tendem a ser transmitidos para as expectativas de juros dos meses seguintes. Mesmo que o mercado não interpretasse um choque nos juros do mês corrente como algo permanente, os prazos extremamente curtos dos ativos não seriam suficientes para que o fenômeno de reversão à média se concretizasse. Em outras palavras, o

horizonte da economia brasileira pode não ser suficientemente longo para que o mercado diferencie choques de curto, médio e longo prazos.

Podemos entender melhor a relação entre prazo e volatilidade (tanto de taxa quanto de preço) se escrevermos a volatilidade-preço como⁹:

$$\sigma_{preço} = \frac{prazo}{(1 + tx)} * tx * \sigma_{tax}$$

Na economia americana, por exemplo, o comportamento decrescente da volatilidade-taxa ameniza o efeito do aumento do prazo, fazendo com que a relação entre volatilidade-preço e prazo seja crescente, porém côncava. Já no Brasil, o comportamento da volatilidade-taxa não é decrescente com o prazo. Se calcularmos a volatilidade da taxa over ou da taxa efetiva média para diferentes prazos, chegaremos à conclusão que a relação entre volatilidade-taxa e prazo no Brasil tem sido positiva, o que ajuda a explicar a ocorrência de um parâmetro α negativo para as estimações de estrutura a termo de juros no Brasil.

A evolução da estrutura a termo de juros e da volatilidade dos ativos de renda fixa no Brasil desde a implantação do Plano Real não deixa dúvidas que a economia vai, aos poucos, adquirindo padrões de países mais estabilizados, apesar de ainda estarmos longe do ponto ideal. As volatilidades e o próprio nível das taxas de juros ainda são bastante elevados mas estão numa trajetória claramente cadente, enquanto os prazos dos ativos de renda fixa, apesar de ainda bastante curtos, vão se alongando. Esse segundo ponto será mais explorado no próximo capítulo e a comparação entre as volatilidades-preço no Brasil e nos EUA comprovam a tendência de aproximação entre as características do Brasil e de países estabilizados.

O objetivo da análise é olhar prazos equivalentes em relação ao risco entre Brasil e EUA. Para isso, tomamos, a cada semestre, as equações que relacionam volatilidade-preço e prazo para os dois países e igualamos suas volatilidades, chegando a uma relação entre *prazos equivalentes em risco*. Temos:

$$v_b = \frac{\sigma_b}{a_b} \left[1 - e^{-a_b (T-t)_b} \right] \text{ e } v_s = \frac{\sigma_s}{a_s} \left[1 - e^{-a_s (T-t)_s} \right],$$

onde os subscritos b e s indicam, respectivamente Brasil e EUA. Igualando v_b e v_s e isolando o prazo brasileiro, chegamos à relação:

$$Prazo_b = -\frac{1}{a_b} \ln \left[1 - \left(\frac{a_b \sigma_s}{a_s \sigma_b} \right) * \left[1 - \exp(-a_s Prazo_s) \right] \right]$$

Os Gráficos 3.6 e 3.7 mostram a estrutura de volatilidade no Brasil no segundo semestre de 1994 e no segundo semestre de

1996, respectivamente, indicando, dentro deles, os prazos equivalentes em termos de volatilidade-preço nos EUA.

Um zero americano de 30 anos, por exemplo, tinha, no segundo semestre de 1994, uma volatilidade semelhante a um ativo de renda fixa com prazo inferior a 150 dias úteis no Brasil. Isso significa que, tomando a volatilidade como uma *proxy* do risco de mercado, uma aplicação de menos de seis meses no Brasil correspondia, em termos de risco, a uma aplicação de 30 anos nos EUA.

No segundo semestre de 1996, a mesma aplicação com prazo de 30 anos nos EUA correspondia a uma brasileira de aproximadamente 650 dias úteis, ou aproximadamente dois anos e meio, um aumento de cinco vezes no prazo equivalente em risco.

O Gráfico 3.8 e a Tabela 3.2 resumem a evolução dessa relação entre prazos com riscos equivalentes nos cinco semestres analisados.

GRÁFICO 3.6

**Comparação entre estruturas a termo de volatilidade – Brasil e EUA
2º semestre 1994 (valores e prazos dentro do gráfico são dos EUA)**

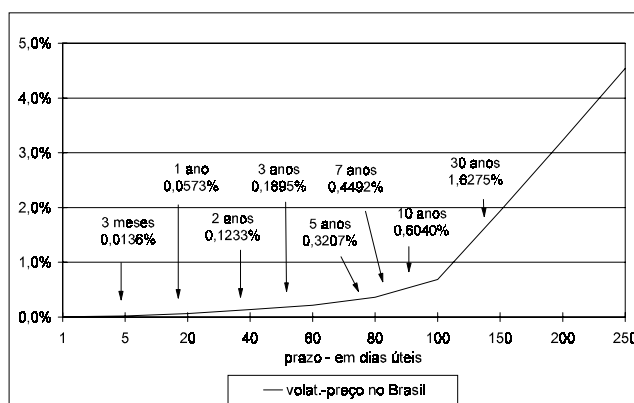
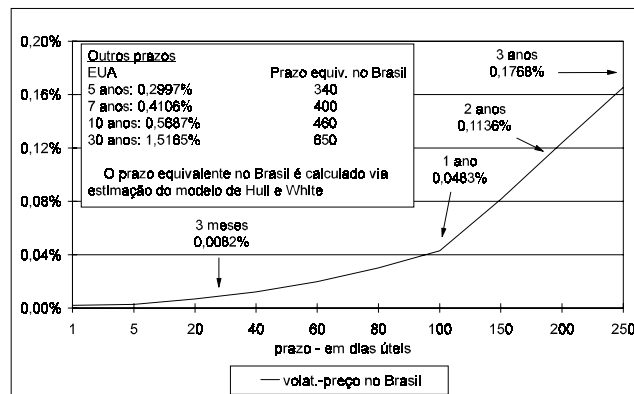


GRÁFICO 3.7

**Comparação entre estruturas a termo de volatilidade – Brasil e EUA
2º semestre 1996 (valores e prazos dentro do gráfico são dos EUA)**



Os maiores aumentos relativos se deram nos prazos mais curtos. Os instrumentos de renda fixa com prazos inferiores a dois anos

nos EUA tiveram um aumento no seu prazo equivalente em risco no Brasil de mais de 10 vezes; enquanto o prazo mais longo, de 30 anos, apresentou um aumento de menos de quatro vezes no seu prazo equivalente.

Como a estrutura a termo de volatilidade permaneceu basicamente constante nos EUA, podemos deduzir que no Brasil os prazos mais curtos tiveram uma queda mais acentuada em suas volatilidades do que os prazos mais longos. Isso poderia ser esperado pelo fato de a economia brasileira operar ainda com um grau de incerteza muito grande no que se refere a prazos pouco mais longos.

A tendência de aumento do prazo equivalente do Brasil em relação ao prazo americano é bastante clara, apresentando uma queda apenas no primeiro semestre de 1995, explicada, novamente, pelo aumento da incerteza após a crise de março de 1995.

GRÁFICO 3.8

Evolução dos prazos equivalentes – prazo para EUA

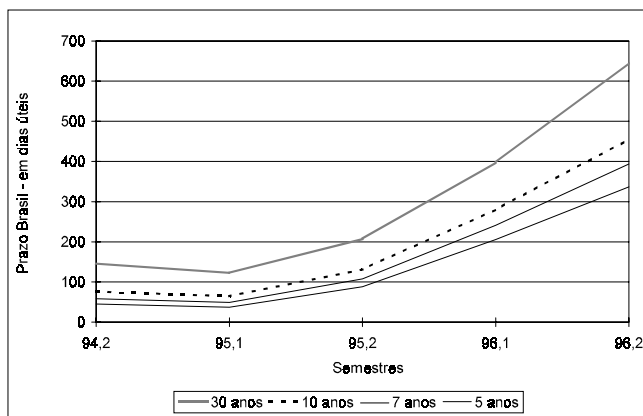


TABELA 3.2

Relação entre prazos do Brasil e EUA

EUA (em anos)	BRASIL (em dias úteis)				
	94,2	95,1	95,2	96,1	96,2
0,25	3	2	7	22	39
1	11	9	25	73	125
2	20	17	45	120	202
3	29	24	62	155	258
5	45	37	88	205	337
7	58	49	108	241	393
10	76	64	131	280	455
30	146	122	208	398	645

4. Risco de mercado: o caso da dívida pública

Uma das preocupações freqüentes de todos os bancos centrais é saber qual o nível de risco a que estão expostos o mercado como um todo e as instituições financeiras em particular, a fim de evitar qualquer possibilidade de uma crise financeira derivada de flutuações nos preços dos ativos. Essa preocupação tornou-se clara quando o Comitê da Basileia de Supervisão Bancária publicou, em abril de 1993, propostas de supervisão que permitem aplicar encargos de capital aos riscos de mercado incorridos pelos bancos, definidos como a perda possível devido a oscilações nos preços dos ativos financeiros. Em abril de 1995, o Comitê publicou nota revisando suas propostas e abrindo a possibilidade da utilização, pelos bancos, de modelos desenvolvidos internamente para a medição do risco de mercado, desde que devidamente aprovados pelo Comitê. O objetivo desse capítulo é analisar o risco de taxa de juros a que o mercado, como um todo, está exposto, particularmente devido aos ativos prefixados.

Os estudos apresentados nos Capítulos 2 e 3 mostram a clara tendência de queda na volatilidade dos ativos prefixados desde a implantação do Plano Real e a relação positiva existente entre prazo para maturação e volatilidade-preço desses ativos. A queda do nível das volatilidades era um fenômeno esperado diante da brusca redução da inflação e da incerteza quanto ao futuro da economia. Esperado foi, também, o alongamento nos prazos das aplicações como alternativa dos investidores para manterem seus ganhos. A estabilização traz consigo a substituição de volatilidade por prazos mais longos e maiores volumes, alterando o perfil de risco das carteiras.

Num período de estabilização da economia como o que o país vive desde meados de 1994, os dois fenômenos descritos acima tendem a influenciar diretamente o nível de risco de mercado. Se por um lado a estabilização reduz a volatilidade dos ativos e, conseqüentemente, o risco de mercado, o alongamento nos prazos das operações de renda

fixa, aliado ao aumento de volume, atua no sentido contrário, elevando o risco a que o mercado está exposto.

No caso da análise do risco associado aos instrumentos de renda fixa, decidimos trabalhar com o estoque da dívida pública federal fora do BC como uma *proxy* do portfólio do mercado de renda fixa. Nossa preocupação básica é saber o quanto o valor do portfólio prefixado do sistema financeiro pode variar num dia normal de funcionamento do mercado financeiro ou no caso de mudanças mais bruscas nas taxas de juros. Estamos excluindo os títulos estaduais e municipais devido à dificuldade de se obterem tais dados, assim como excluimos outros ativos de renda fixa como swaps, DI futuro, CDBs e outros por esses instrumentos envolverem o setor privado nas duas pontas da operação. Portanto, para o mercado como um todo, tais instrumentos representam um jogo de soma zero, pois o ganho de um agente é, necessariamente, a perda do outro.

4.1. Prazo médio, volatilidade e volume

O conceito mais simples e difundido para se medir risco de uma posição é o prazo médio do portfólio, também conhecido na literatura e no mercado financeiro como *duration* e definido por:

$$D = \frac{n_1 VP_1 + \dots + n_k VP_k}{VP},$$

onde VP_i é o valor presente do $i^{\text{ésimo}}$ fluxo, VP o valor presente total do ativo ou da carteira e n_i o prazo do $i^{\text{ésimo}}$ fluxo. Um instrumento com uma *duration* de x dias seria equivalente, em relação ao risco, a um único fluxo com o mesmo valor presente e vencimento em x dias. Quanto maior a *duration* de uma posição, maior sua exposição às mudanças nas taxas de juros.

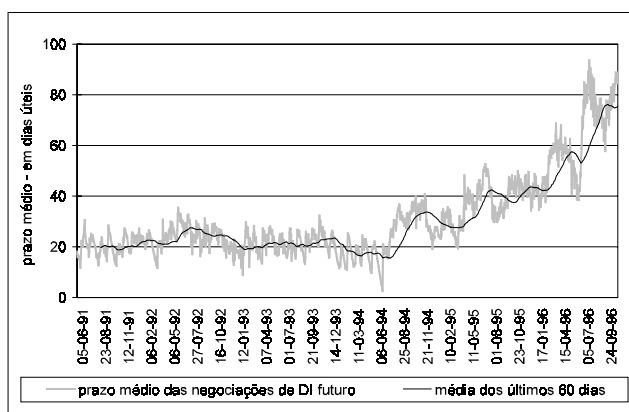
O alongamento dos prazos dos instrumentos prefixados no Brasil, e o conseqüente aumento da exposição do mercado a flutuações nos juros, pode ser comprovado pelo prazo médio do estoque da dívida prefixada do governo, como se verá adiante, mas também pelo prazo médio das negociações no mercado de DI futuro. A análise da dívida federal em poder do setor privado dá uma idéia do prazo médio do estoque negociado pelo mercado, enquanto o prazo médio do DI futuro mostra o prazo mais negociado no momento. Este último deveria, em princípio, ser mais volátil do que o primeiro, pois qualquer onda de incerteza poderia reduzir imediatamente o prazo das apostas no mercado futuro, enquanto o estoque da dívida tem seu prazo médio predeterminado no curtíssimo prazo. Ou seja, o impacto no mercado futuro poderia ser imediato, enquanto no mercado de dívida pública, o impacto se daria à medida que vencessem os títulos já existentes e o BC emitisse dívida nova com prazos mais curtos.

Por outro lado, o mercado futuro de DI é, no Brasil, praticamente a única maneira que as instituições financeiras têm de captarem recursos ou, no jargão do mercado, ficarem *tomadas*, por prazos mais longos. Com isso, ele é usado como *hedge* ou como opção para sair das posições longas compradas em títulos públicos. Por isso, quando há alguma crise de confiança, o mercado futuro não tende a reduzir muito seu prazo médio de negociação e sim a se concentrar nos prazos onde há maior concentração de dívida no mercado ou simplesmente no contrato líquido mais longo do DI futuro.

O Gráfico 4.1 mostra a *duration*, em dias úteis, dos contratos de DI futuro negociados na BM&F.

GRÁFICO 4.1

Prazo médio dos contratos de DI futuro negociados na BMF ponderado pelo volume



Como podemos ver, do início de 1991 até a implantação do Plano Real, em julho de 1994, o prazo médio manteve-se sempre perto dos 20 dias úteis, o que significa que em todo esse período os negócios no mercado futuro de DI se concentraram apenas nos primeiros e segundos vencimentos. A partir de agosto de 1994, o prazo médio entra numa trajetória ascendente, claramente demonstrada na série que mostra a *duration* média dos últimos 60 dias úteis, chegando a um prazo médio de aproximadamente 75 dias úteis no final de 1996. Um aumento de 275% em dois anos e meio.

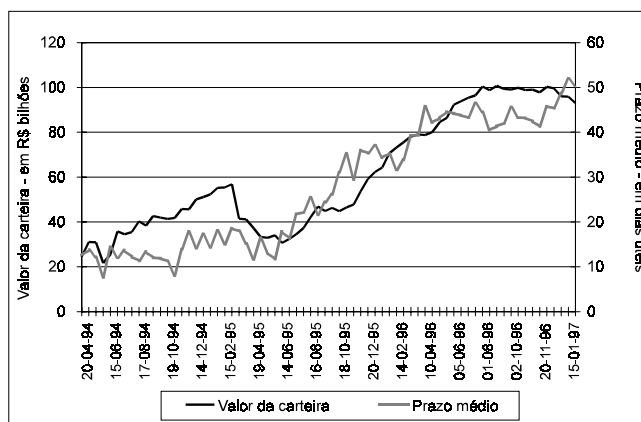
No que diz respeito à volatilidade, a evolução de julho de 1994 até o fim de 1996 mostrou alguns pontos interessantes: enquanto o prazo médio das negociações de DI futuro aumentou, o prazo equivalente nos EUA caiu drasticamente. No segundo semestre de 1994, o prazo médio do DI estava por volta de 25 dias úteis, correspondendo, em termos de volatilidade-preço, a um prazo entre dois e três anos na economia americana e uma volatilidade diária de aproximadamente 0,15%. Já no final de 1996, o prazo médio das negociações de DI futuro subia para 70 dias úteis, o equivalente a um ativo de aproximadamente seis meses de prazo nos EUA, com volatilidade diária caindo para próximo de 0,03%.

Se tomarmos o segundo semestre de 1994 como base, o aumento do prazo médio de negociação do DI futuro não foi suficiente para compensar a queda de volatilidade, ou seja, no final de 1996, a aplicação média do mercado futuro apresentava um risco bem abaixo do segundo semestre de 1994. Para manter o nível de risco do segundo semestre de 1994 segundo o padrão de volatilidade do segundo semestre de 1996, seria necessário que o prazo médio fosse de aproximadamente 230 dias úteis e não de 70 no segundo semestre de 1996. Por outro lado, se olharmos a situação do final de 1996 como normal, o prazo médio equivalente, em termos de volatilidade seria, em 1994, não de 20 dias úteis, mas de aproximadamente cinco dias úteis. Talvez esse prazo médio não ocorresse em 1994 devido à incapacidade de se negociar um DI mais curto do que o com vencimento no final do mês corrente e do DI ser utilizado como *hedge* das captações dos bancos, que por vezes têm prazos mínimos de 30 dias corridos, aproximadamente 20 dias úteis.

Em relação ao estoque da dívida prefixada do governo federal em poder do mercado, o comportamento de sua *duration*, é semelhante ao do mercado de DI futuro, como pode ser comprovado pela série de prazo médio da dívida mostrada no Gráfico 4.2.

GRÁFICO 4.2

Estoque de títulos prefixados no mercado – valores de 31-12-96



Até o segundo semestre de 1995, o prazo médio do estoque da dívida era de aproximadamente 15 dias úteis, passando a 25 no segundo semestre de 1995, 40 no primeiro semestre de 1996 e chegando a 45 no segundo semestre de 1996. Um crescimento de 200% em cinco semestres.

O Gráfico 4.2 mostra, também, a evolução do montante nominal, em valores de final de 1996, do estoque da dívida federal prefixada em poder do público de antes do Plano Real até início de 1997. Podemos notar que, logo após o Plano Real, há um movimento de aumento do estoque da dívida prefixada, apesar de o prazo permanecer no mesmo patamar. Esse crescimento é interrompido em março de 1995, por ocasião da crise cambial, sendo retomado apenas a partir do segundo semestre de 1995. Desse período até o final de 1996, o

estoque de dívida prefixada apresenta um aumento de mais de 200%, passando de algo em torno de R\$ 30 bilhões para aproximadamente R\$ 100 bilhões. Grande parte desse aumento foi devido a operações de "esterilização" para compensar o enorme aumento das reservas internacionais.

Em relação à volatilidade-preço e prazo equivalente nos EUA, o comportamento é, também, semelhante ao do mercado futuro. No segundo semestre de 1994 e no primeiro de 1995, a volatilidade diária média da dívida pública estava em torno de 0,1%, correspondendo a uma aplicação de quase dois anos nos EUA. Já no final de 1996, essa volatilidade havia caído para 0,015%, correspondendo a uma aplicação americana com prazo de pouco mais de três meses. Para mantermos em finais de 1996 uma volatilidade média igual à de 1994 para a dívida pública, seria necessário que o prazo médio tivesse subido para algo em torno de 150 dias úteis, enquanto o prazo em 1994, equivalente à volatilidade de 1996, seria de menos de cinco dias úteis.

Assim como no mercado futuro, se tomarmos o segundo semestre de 1994 como base, o aumento do prazo não parece ter sido suficiente para compensar a queda do nível de volatilidade no período pós-Plano Real. Esse ponto ficará mais claro adiante, quando analisarmos com mais detalhes o risco de mercado do estoque da dívida pública.

Como a economia brasileira ainda não se estabilizou totalmente e o processo de alongamento de prazos e queda de volatilidade ainda está em andamento, torna-se bastante difícil estimarmos qual será o novo equilíbrio da economia em termos de prazo e volatilidade.

A queda drástica da volatilidade-preço da aplicação média do mercado indica que o período anterior ao Plano Real se caracterizava por um risco, aparentemente excessivo, com o mercado apresentando restrição quanto ao encurtamento dos prazos e conseqüente redução do risco de mercado. Já a situação do final de 1996 apresenta-se exatamente inversa. O nível de volatilidade do prazo médio caiu drasticamente e o mercado parece estar restrito, agora, por sua incapacidade de alongar ainda mais os prazos de suas aplicações.

Ao que parece, o mercado deve caminhar para uma situação intermediária entre a vigente antes do Real e a do final de 1996. Os dados do primeiro trimestre de 1997 indicam que o prazo médio da dívida pública continua a aumentar, assim como o do mercado futuro de DI; ao passo que o nível de volatilidade parece estar se estabilizando.

4.2. O modelo RiskMetrics¹⁰

Como já citado no Capítulo 2, um dos métodos mais conhecidos para se avaliar o risco de mercado de um portfólio é o chamado *Value at Risk* (VaR), calculado de acordo com a metodologia desenvolvida pelo banco americano JP Morgan, conhecida como RiskMetrics.

O objetivo básico do modelo RiskMetrics é estimar um intervalo de confiança para o valor de um determinado portfólio, a fim de se estabelecer a perda máxima esperada, num determinado período de tempo; no nosso caso, um dia. Para isso, devemos achar o desvio-padrão do portfólio, que exige estimativas das variâncias e covariâncias entre os retornos de todos os instrumentos financeiros que compõem tal portfólio.

Num portfólio formado apenas por dois ativos, X e Y com volumes, respectivamente, de a e b , o VaR é o desvio-padrão do portfólio, calculado da seguinte forma:

$$VaR = \sqrt{\text{variância do portfólio}} = \sqrt{va(aX + bY)} = \sqrt{va(aX) + va(bY) + 2cov(aX, bY)}$$

$$VaR = \sqrt{a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2 + 2ab\sigma_{xy}} = \sqrt{\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}} = \sqrt{\begin{bmatrix} a\sigma_x & b\sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{xy} \\ \rho_{xy} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a\sigma_x \\ b\sigma_y \end{bmatrix}}$$

A idéia é repetir o cálculo acima para todo o portfólio analisado. Para isso, torna-se necessário tomar o valor de todas as posições do portfólio e estimar as volatilidades e correlações entre todos os instrumentos financeiros em questão.

Nos instrumentos de renda fixa, o prazo de maturação é uma variável fundamental para determinação de seu risco. Vencimentos diferentes significam diferentes níveis de exposição ao risco de mercado. Deveríamos tratar, então, os instrumentos de renda fixa com maturações diferentes como ativos diferentes, o que exigiria o cálculo das volatilidades e correlações referentes a cada possível vencimento. Isso torna-se impraticável, na medida em que o número de vencimentos cresce, pois a necessidade de estimação de volatilidades e correlações para todos os vencimentos faz com que os dados envolvidos cresçam geometricamente com o número de ativos.

Para prevenir essa explosão de parâmetros, os instrumentos de renda fixa serão todos descritos como combinações de instrumentos com vencimentos padrões. Esse processo é chamado de mapeamento das posições e se resume, no caso dos instrumentos de renda fixa, em descrever um portfólio com n fluxos como um portfólio equivalente, em matéria de risco, com um número menor e predeterminado de fluxos.

Mapeamento das posições de renda fixa

Os instrumentos de renda fixa podem ser descritos por seus fluxos de caixa, que têm como características básicas seu valor presente e a data de vencimento. No caso brasileiro, a maioria dos instrumentos prefixados são *zero-coupons*, tendo apenas um fluxo no dia de seu vencimento com uma volatilidade-preço própria para tal vencimento.

Como o cálculo de uma variância para cada possível ponto do tempo é tarefa extremamente trabalhosa, como já foi

salientado, o RiskMetrics trabalha com os chamados vértices temporais, pontos que aglutinarão todos os instrumentos do portfólio, como se todos os fluxos tivessem vencimentos nesses vértices. Com isso, torna-se necessário o cálculo das variâncias e covariâncias dos preços apenas para tais vértices, reduzindo enormemente o tamanho da matriz de correlação com a qual trabalharemos.

Os vértices escolhidos foram aqueles sobre os quais realizamos os estudos dos Capítulos 2 e 3: um, cinco, 20, 40, 60, 80, 100, 150, 200 e 250 dias úteis.

Um fluxo de caixa com vencimento entre dois vértices temporais deve ser decomposto em dois fluxos com vencimento nesses vértices. Um *zero-coupon* com vencimento em 30 dias úteis, por exemplo, seria decomposto em dois fluxos, com vencimentos em 20 e 40 dias úteis.

É necessário se ter em mente que, quanto maior o número de vértices escolhidos, mais fielmente estaremos representando a posição do portfólio. Em contrapartida, maior será o esforço empreendido para o cálculo das volatilidades e correlações. No dia cinco de fevereiro de 1997, o governo federal tinha títulos prefixados vencendo em 27 dias diferentes. Se quiséssemos calcular o risco de mercado sem a metodologia dos vértices temporais, seriam necessários os cálculos das 27 volatilidades, uma para cada vencimento, e mais de 300 covariâncias para se montar a matriz de correlação; ao passo que trabalhando com apenas os 10 vértices escolhidos, faz-se necessário o cálculo de menos de 50 parâmetros.

A metodologia de decomposição do RiskMetrics transformará o fluxo original em fluxos nos vértices levando em consideração suas volatilidades históricas e obedecendo três regras básicas:

- a) o valor presente do fluxo decomposto deve ser igual ao original;
- b) o risco de mercado do fluxo de caixa, resultante da decomposição, deve ser igual ao do fluxo original;
- c) o fluxo de caixa resultante da decomposição deve ter *sinal* igual ao do fluxo original.

O algoritmo de decomposição de um fluxo com vencimento entre dois vértices temporais pode ser resumido em três passos básicos:

1º) Cálculo da volatilidade-preço (σ_p) para o prazo de vencimento do fluxo – a volatilidade-preço seria calculada a partir da interpolação linear entre as volatilidades-preço dos vértices acima e abaixo do fluxo, respectivamente σ_{p-} e σ_{p+} . No RiskMetrics a volatilidade-preço no vencimento do fluxo seria dada por:

$$\sigma_p = g\sigma_{p-} + (1-g)\sigma_{p+} \quad (4)$$

Essa interpolação linear dependeria do vencimento do fluxo (d_2) e dos vértices inferior (d_0) e superior (d_1), sendo inversamente proporcional à distância entre o fluxo e os vértices. Daríamos um peso g para a volatilidade do vértice inferior e $(1-g)$ para o vértice superior, com g sendo dado por:

$$g = \frac{(d_1 - d_0) - (d_2 - d_0)}{(d_1 - d_0)} = \frac{(d_1 - d_2)}{(d_1 - d_0)} \quad (5)$$

O estudo do Capítulo 3 nos permite calcular esta volatilidade-preço de uma maneira mais precisa, sem usarmos uma interpolação linear entre as volatilidade dos vértices. Usaremos a função de volatilidade-preço dada pelo modelo de Hull e White, mostrada no Capítulo 3, para estimarmos o valor da volatilidade para todos os prazos necessários. Fez-se necessária a estimação de uma função para cada dia em que estaremos calculando o VaR.

2º) Cálculo do fator de decomposição (α) – É a percentagem do fluxo original que será decomposto para o vértice anterior ao vencimento original. Obedecendo à suposição de que os fluxos resultantes do mapeamento devem ser equivalentes em risco ao fluxo original, precisamos que:

$$\sigma_p^2 = \alpha^2 \sigma_{p-}^2 + (1-\alpha)^2 \sigma_{p+}^2 + 2\alpha(1-\alpha)\rho_{-+} \sigma_{p-} \sigma_{p+}$$

Achamos o valor de α a partir da equação quadrática:

$$\begin{aligned} a &= \sigma_{p+}^2 + \sigma_{p-}^2 - 2\rho_{-+} \sigma_{p-} \sigma_{p+} \\ a\alpha^2 + b\alpha + c &= 0, \text{ onde } b = 2\rho_{-+} \sigma_{p-} \sigma_{p+} - 2\sigma_{p+}^2 \\ c &= \sigma_{p+}^2 - \sigma^2 \end{aligned}$$

e o α escolhido será a solução

$$\alpha = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (8)$$

com valor entre zero e um, assegurando que a terceira condição da decomposição seja obedecida, ou seja, que os fluxos decompostos tenham o mesmo sinal do fluxo original.

3º) Decomposição – Divida o valor presente do fluxo original da seguinte forma: α para o vértice abaixo e $(1-\alpha)$ para o vértice acima.

A metodologia descrita acima deve ser implementada para todos os fluxos de todos os instrumentos de renda fixa, ativos e passivos, que tenham vencimentos fora dos vértices temporais. Isso feito, o portfólio original será representado por outro, com apenas 10 fluxos, um em cada vértice.

De posse desse portfólio construído, e tendo as estimativas para as variâncias e correlações entre os instrumentos prefixados com vencimento nos vértices, basta aplicarmos a fórmula do VaR apresentada no início do capítulo para chegarmos à estimação do risco de mercado do portfólio.

Risco de mercado do estoque da dívida pública federal prefixada

Para o cálculo do VaR do estoque da dívida pública federal foram utilizados os dados referentes aos valores das BBCs e LTNs¹¹ em poder do mercado, divulgados pelo Departamento de Operações de Mercado Aberto (Demab) do Banco Central. Esses montantes foram trazidos para valores de 31 de dezembro de 1996 pelo CDI-Extra para que pudessem ser feitas comparações entre os resultados de diferentes épocas.

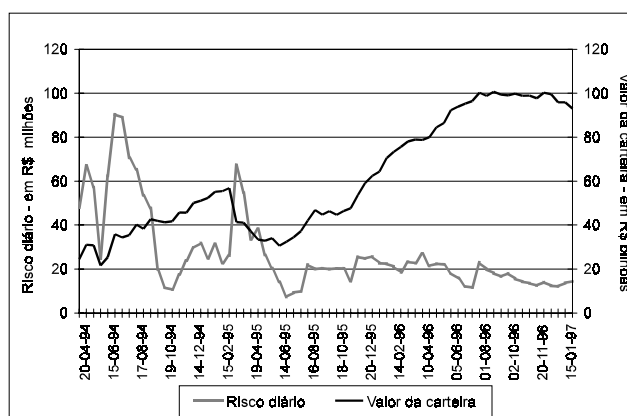
Depois de atualizarmos os dados para valores de 31 de dezembro de 1996, construímos um fluxo de caixa para cada um dos 70 dias em que os dados estavam disponíveis, mostrando os prazos de vencimento, em dias úteis, de cada fluxo. De posse desses fluxos, aplicamos a metodologia descrita anteriormente para decompormos cada vencimento em dois fluxos nos vértices, obtendo, para cada uma das 70 observações, um fluxo com vencimentos apenas nos vértices. Os próximos passos foram o cálculo de uma matriz de correlação e os desvios-padrão de cada vértice e a aplicação da fórmula de VaR anteriormente descrita para cada observação.

Vale destacar que o valor calculado corresponde a um desvio-padrão do portfólio, ou seja, supondo que os retornos diários dos ativos de renda fixa tenham distribuição normal, o valor calculado como VaR seria um intervalo de confiança de pouco mais de 60% para a variação diária do valor do estoque de dívida pública federal prefixada.

O Gráfico 4.3 mostra a evolução do risco diário, medido pelo modelo RiskMetrics e o valor da dívida pública federal prefixada em poder do mercado, em valores de dezembro de 1996, de abril de 1994 até início de 1997.

GRÁFICO 4.3

Carteira de títulos prefixados no mercado – valores de 31-12-96



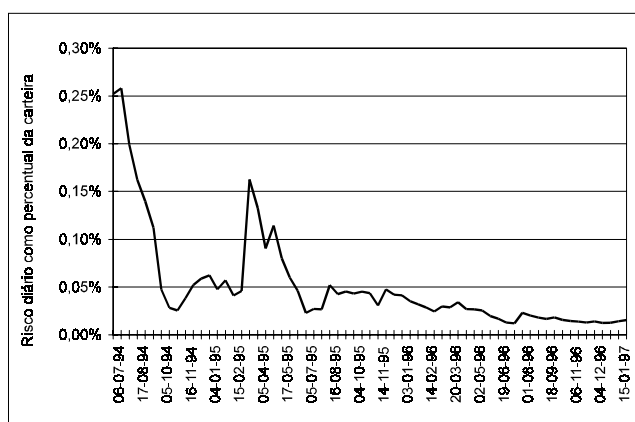
Podemos observar que o valor em risco diário, medido pela metodologia do RiskMetrics, diminuiu bastante neste período, passando de algo em torno de R\$ 50 milhões para próximo de R\$ 20 milhões, mesmo com o aumento do estoque da dívida. Os valores de risco diário calculados até outubro de 1994 se devem à alta volatilidade existente antes do Plano Real. Observamos, também, que, a partir de novembro, quando o

período pré-Real perde importância no cálculo das volatilidades, o risco cai de forma acentuada, para voltar a um patamar mais elevado no período entre novembro de 1994 e maio de 1995, devido não só ao aumento do estoque da dívida, mas, principalmente, ao aumento da volatilidade no período agitado que antecedeu a crise de março de 1995. A partir do segundo semestre de 1995, o valor estimado para o risco diário passa a oscilar entre R\$ 15 e R\$ 25 milhões, apesar de o estoque da dívida estar crescendo continuamente.

O aumento do estoque da dívida e o alongamento de seu perfil são fatores que, *ceteris paribus*, levariam ao aumento do risco diário do mercado. O primeiro, pelo simples motivo de aumentarmos a base sobre a qual incidem as volatilidades. Mantidas as volatilidades, correlações e o perfil de vencimentos da dívida, um aumento no estoque teria impacto proporcional no valor do VaR calculado. Já o alongamento do perfil da dívida faz com que as dívidas com prazos maiores de maturação sejam expostas a uma volatilidade-preço mais elevada, como já destacamos no Capítulo 3, aumentando assim o VaR. A queda do nível do risco diário é resultado da queda drástica no nível das volatilidades, que mais que compensou o aumento do estoque da dívida e o alongamento dos prazos.

GRÁFICO 4.4

Carteira de títulos prefixados no mercado – risco % da carteira



O Gráfico 4.4, acima, apresenta o risco diário como proporção do valor do estoque da dívida. Nesse caso, a queda do risco diário foi ainda mais impressionante, passando de um patamar de mais 0,2% no início do Real, quando a dívida era toda de curtíssimo prazo e as volatilidades ainda estavam muito contaminadas pelo período inflacionário, para algo em torno de 0,02% no final de 1996. A partir do segundo semestre de 1995, com o fim do impacto da crise de março de 1995 sobre a volatilidade dos ativos de renda fixa, o risco como percentagem do estoque tem uma trajetória mais suave, passando de 0,04% para 0,02%.

Outro ponto interessante é que o nível de mais do que 0,15% de risco diário alcançado durante o período entre abril e maio de 1995 é comparável ao nível de risco anterior ao Plano Real. Nos dois casos, temos uma volatilidade enorme da taxa

nominal de juros. A grande diferença é que, no período pré-Real, a volatilidade da taxa nominal de juros era devida, em grande parte, às altas taxas de inflação que geravam grande incerteza nos preços dos ativos de renda fixa; enquanto durante o período da crise cambial, a volatilidade foi fruto de incerteza quanto ao nível de juros real, uma vez que a inflação permaneceu bastante estável no período.

4.3. Semi-elasticidade e elasticidade do estoque da dívida pública

Os dados de VaR calculados na seção anterior para o estoque da dívida pública prefixada nos dá uma boa idéia da evolução do que poderíamos chamar de risco diário “normal” de mercado, ou seja, a perda que poderíamos esperar, com razoável freqüência, para um dia normal no mercado financeiro. Acontece que as autoridades monetárias não devem se preocupar exclusivamente com o risco do dia-a-dia. Mais importante é a análise da sensibilidade do mercado a mudanças bruscas nas condições econômicas.

A forma mais simples de se fazer isso é simplesmente construindo intervalos de confiança maiores para as estimativas de VaR. No caso de um intervalo de 95%, os valores de risco diário dobrariam, dando uma noção melhor de perda possível a que o mercado está exposto, no caso de eventos menos freqüentes.

Porém, uma maneira mais apurada de medir a sensibilidade do mercado a eventos extremos está no conceito de *modified duration*, que nada mais é do que a semi-elasticidade do valor presente de um portfólio em relação à taxa de juros. Em outras palavras, medimos quanto o valor do portfólio se alteraria, percentualmente, caso os juros se elevassem um ponto absoluto. Usando o conceito de taxa over para os juros, a *modified duration* (MD) é dada por:

$$VP = \frac{F_1}{\left(1 + \frac{txover}{3000}\right)^{n_1}} + \dots + \frac{F_k}{\left(1 + \frac{txover}{3000}\right)^{n_k}} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial VP}{\partial txover} = \frac{1}{3000 \left(1 + \frac{txover}{3000}\right)} \left[\frac{n_1 F_1}{\left(1 + \frac{txover}{3000}\right)^{n_1}} + \dots + \frac{n_k F_k}{\left(1 + \frac{txover}{3000}\right)^{n_k}} \right]$$

$$\frac{\partial VP}{\partial txover} = \frac{1}{3000 \left(1 + \frac{txover}{3000}\right)} (n_1 VP_1 + \dots + n_k VP_k)$$

$$\frac{\partial VP / VP}{\partial txover} = MD = \frac{1}{3000 \left(1 + \frac{txover}{3000}\right)} \frac{(n_1 VP_1 + \dots + n_k VP_k)}{VP} = \frac{1}{3000 \left(1 + \frac{txover}{3000}\right)} * duration$$

onde VP significa valor presente e F o valor futuro do fluxo.

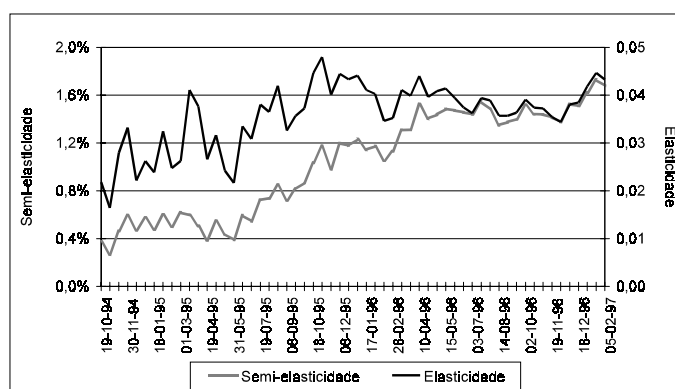
O conceito de *modified duration* pode dificultar a comparação entre situações em que os patamares das taxas de juros eram muito diferentes. Isso porque o impacto de uma variação de um ponto absoluto na taxa over de uma aplicação quando esta está próxima de 6%, como em março de 1995, é certamente diferente de quando a taxa over está por volta de 2%, como no final de 1996. Para isolarmos o efeito do nível da taxa de juros, podemos olhar para a elasticidade do valor do estoque da dívida em relação à taxa over, ou seja, quanto percentualmente se modifica o valor do estoque da dívida para uma alteração de 1% na taxa over, dado por:

$$Elasticidade = \frac{\partial VP}{\partial txover} \frac{txover}{VP} = MD * txover$$

O Gráfico 4.5 mostra a evolução da *modified duration* e da elasticidade do estoque da dívida pública do fim de 1994 até o fim de 1996.

GRÁFICO 4.5

Evolução da semi-elasticidade da carteira de renda fixa em poder do mercado em relação à taxa over



Nos dois casos, o aumento foi expressivo: enquanto a elasticidade passou de 0,02 para 0,045 no período, um aumento de mais de 100%, a *modified duration* cresceu quatro vezes, passando de 0,4% para mais de 1,6%. Isso significa que o mercado atualmente é mais sensível a alterações na condução da política econômica do que era no passado e, de certa forma, mais vulnerável, por exemplo, a uma grande crise externa que forçasse a elevação dos juros internos para evitar problemas de fluxo de capitais. No caso de se repetir uma crise como a ocorrida em março de 1995, em que o Banco Central se viu obrigado a elevar os juros mensais em quase dois pontos percentuais, equivalente a um aumento de mais de 60%, a taxa mensal passaria dos atuais 1,7% para mais de 2,5%. Isso equivale a um aumento de quase 1,5 ponto na taxa over diária, que dada a *modified duration* do estoque da dívida em final de 1996 levaria a uma queda de aproximadamente 2,4% no valor do estoque da dívida pública federal prefixada.

O que à primeira vista pode parecer pouco, torna-se bastante grave no caso de uma instituição que esteja alavancada em 10 vezes seu patrimônio aplicando em ativos prefixados. No

caso de uma crise como a descrita, tal instituição se veria, de um dia para o outro, com um patrimônio 25% menor.

O aumento da elasticidade em relação aos juros e da *modified duration* do estoque da dívida pública prefixada chama a atenção para o problema de eficácia da política monetária. Quanto menor a sensibilidade das variáveis reais às taxas de juros, maiores serão as mudanças necessárias para correções nos rumos da política econômica e, conseqüentemente, maior será a exposição do mercado financeiro a essas mudanças. No caso de um aquecimento da economia, por exemplo, o risco a que o mercado financeiro estará exposto é diretamente proporcional ao aumento necessário nas taxas de juros para reduzir a demanda.

Os resultados apresentados neste capítulo apontam para dois pontos distintos: enquanto o VaR como proporção do estoque da dívida está declinando, fruto da queda do nível da volatilidade dos juros, o alongamento da dívida trabalha em sentido contrário, elevando a sensibilidade do mercado a mudanças nas taxas de juros. Não há nenhuma contradição nessa situação. Significa, apenas, que o mercado, em condições normais da economia, está correndo cada vez menos risco ao financiar a dívida prefixada do governo federal, mas por outro lado está mais exposto a mudanças inesperadas no nível da taxa de juros nominal. Como a estabilização ainda não está consolidada, o fantasma de uma crise externa ou de um repique inflacionário, e suas conseqüências para os detentores de ativos prefixados, está sempre rondando a economia e deve ser levado em consideração pelos agentes que financiam a dívida pública em suas análises de risco de mercado; e pelo Banco Central em seu papel de supervisor do sistema financeiro.

Podemos esperar um aumento no nível de risco diário percentual a partir de 1997, pois o nível de volatilidade parece estar se estabilizando, enquanto o prazo médio do estoque da dívida continua aumentando. À medida que uma parte maior da dívida for sendo alongada, a tendência é que a queda de volatilidade não seja capaz de compensar a volatilidade mais alta dos ativos com prazos de maturação mais longos.

5. Risco, credibilidade e gerenciamento da dívida pública

No capítulo anterior, estudamos o problema do risco de mercado do estoque da dívida pública pelo lado das instituições financeiras. Agora, tentaremos olhar o risco embutido na dívida pública pela ótica do gerenciador da mesma, no caso o Banco Central, que, entre outros aspectos, se preocupa com o alongamento da dívida e com a não concentração da mesma em poucos vencimentos. Construímos índices para a avaliação do gerenciamento da dívida pública levando em consideração esses dois importantes problemas.

Até a implantação do Plano Real, toda a dívida prefixada do governo era concentrada em prazos curtíssimos, em sua maioria menores do que um mês. Esse perfil da dívida prefixada era explicado pelo nível de risco associado à incerteza quanto ao comportamento da inflação. Guidotti e Kumer (1991) citam duas razões básicas para justificar a concentração de dívida de curto prazo em economias instáveis: a situação fiscal ruim do governo e expectativas quanto à inflação. O primeiro fator gera desconfiança quanto à possibilidade de *default* da dívida. Nessa situação, os agentes prefeririam instrumentos que, no caso de uma crise, permitissem que eles fossem os primeiros a receber seus créditos. Quanto à inflação, quanto maior a maturidade da dívida, maior o choque em seu preço quando há aumento no nível de inflação.

O desejo de aumentar o prazo médio da dívida, citado como ponto positivo da estabilização e de melhora do perfil desta dívida, traz consigo o aumento da exposição do mercado a flutuações bruscas no cenário econômico. Se a função utilidade do gerenciador da dívida pública considerasse apenas o nível de risco imposto ao mercado, o melhor seria manter a estrutura de vencimentos da dívida pública o mais curta possível, pois quanto maior o prazo médio da dívida, maior o risco de mercado envolvido. Um exercício simples mostra que se o Banco Central tivesse, desde o início do Plano

Real, rolado sua dívida toda no curtíssimo prazo, como ocorria antes de julho de 1994, o nível de risco de mercado, medido pelo VaR, teria caído ainda mais acentuadamente. Em vez do VaR ficar, no ano de 1996, entre 0,4 e 0,15% do valor do estoque, teríamos o risco variando entre 0,2 e 0,004%.

Acontece que o Banco Central, como agente gerenciador da dívida pública, tem outros objetivos que não minimizar o risco de mercado do estoque da dívida. Diversos autores advogam que o Banco Central teria como objetivos básicos manter baixo o custo da dívida pública e garantir a estabilidade monetária e financeira. Missale, Giavazzi e Benigno (1996) mostram que o alongamento de prazo pode ter efeitos diversos sobre o custo de carregamento da dívida pública durante períodos de estabilização da economia. Se houver grande incerteza quanto ao sucesso da estabilização, os agentes podem demandar um alto prêmio de risco para carregar dívida longa, tornando mais barata a rolagem de dívida curta, sobre a qual incidiria um menor prêmio de risco. Por outro lado, a incerteza quanto à flutuação das taxas de juros torna arriscada a rolagem de dívida curta, uma vez que expõe o orçamento do governo aos efeitos de variações nos juros, argumento também enfatizado em Barro (1995).

A importância do risco de rolagem e da credibilidade na determinação da estrutura de vencimentos da dívida pública no início de planos de estabilização é confirmada empiricamente pelos primeiros autores ao estudarem o comportamento da dívida em 29 episódios de estabilização. O resultado mostra que os governos tendem a alongar mais o perfil de sua dívida quanto maior for a reputação inicial do plano econômico, a credibilidade do governo e o risco de rolagem da dívida curta.

Giavazzi e Pagano (1990) e Alesina, Prati e Tabellini (1990) se concentram no papel do gerenciamento da dívida pública para garantir estabilidade financeira, afastando a possibilidade de ocorrência de crises de confiança. Os primeiros afirmam que a probabilidade de o governo passar por uma eventual crise sem maiores conseqüências é determinada pela magnitude da dívida que o governo se vê obrigado a rolar a cada período. Por isso, assume papel fundamental, não apenas o tamanho da dívida, mas, também, seu prazo médio e sua estrutura de vencimentos. A concentração de grande parte da dívida em um vencimento pode gerar sérios problemas no caso de uma crise de confiança acontecer exatamente no período em que o governo se vê obrigado a renovar grande parte de sua dívida, tornando difícil sua rolagem em termos favoráveis ao governo. Mesmo que o governo consiga rolar sua dívida sem problema de demanda, ele pode se ver obrigado a pagar altas taxas de juros para isso. Em períodos em que cresce a incerteza e a volatilidade dos juros, o mercado exige um prêmio de risco para carregar papéis prefixados e, quanto maior o prazo dos títulos, maior será o prêmio exigido. Com isso, quanto maior a

concentração da dívida, mais exposto o governo estará a situações em que será obrigado a pagar prêmios de risco sobre grandes proporções de suas dívidas.

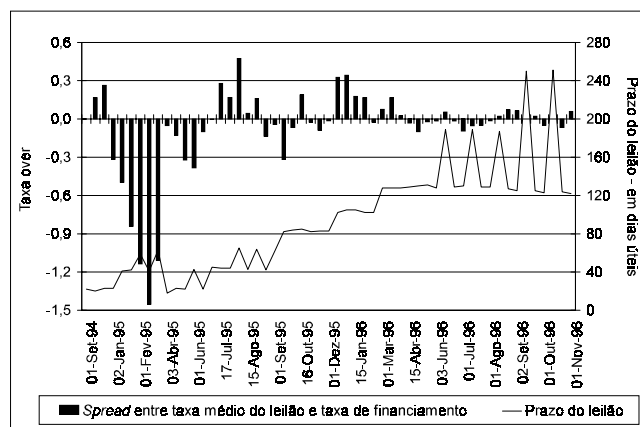
Alesina *et alii* (1990) chegam a um resultado semelhante através da construção de um modelo para analisar possíveis dificuldades do governo em rolar sua dívida, inspirado no caso particular da Itália, no início dos anos 80. Naquela época, quase toda dívida italiana era prefixada e aproximadamente 60% tinha prazo de vencimento inferior a um ano. Tendo experimentado grandes perdas de capital devido ao aumento da inflação, os investidores relutavam em comprar dívida longa prefixada e os autores começam o texto se perguntando se valia a pena o governo italiano pagar um prêmio de risco para alongar o perfil de sua dívida. O resultado central do modelo é, novamente, que, quanto mais concentrada e curta for a estrutura de vencimento da dívida, mais provável se torna uma crise de confiança. Como consequência para o gerenciamento de dívida, os autores concluem que a quantidade de dívida vencendo a cada período é mais importante do que a própria composição dessa dívida e que o órgão gestor deveria tentar minimizar o estoque vencendo a cada período, mesmo que para isso seja necessário se pagar um prêmio de risco que possibilite o alongamento da dívida.

Os dois textos chamam a atenção, também, para a importância da existência de alguma espécie de prestador de última instância, que aumentaria a chance de o país passar tranquilamente por períodos mais conturbados da economia, garantindo o refinanciamento da dívida, no caso de alguma dificuldade. Esse papel poderia ser desempenhado por algum organismo internacional ou, no caso específico dos países europeus, bancos centrais dos demais países da Comunidade Européia.

Considerando os aumentos da volatilidade da taxa de juros como indicativos de crises de confiança, podemos tirar conclusões interessantes no que diz respeito ao gerenciamento da dívida pública brasileira prefixada. Quanto ao fato de o governo ser obrigado a pagar um prêmio de risco para alongar a dívida pública e desse prêmio aumentar em períodos de maior incerteza, os dados referentes aos leilões de LTN parecem não comprová-lo. O Gráfico 5.1 mostra o *spread* entre a taxa média a que a LTN foi negociada no dia do leilão e a taxa de financiamento, calculada *a posteriori* através da composição da taxa Selic diária, no período de maturação do título, além do prazo da LTN ofertada.

GRÁFICO 5.1

Leilões de LTN – spread entre taxa do leilão e taxa de financiamento



A decisão de utilizar a taxa acumulada do Selic no período vem da idéia de que se o mercado, na média, acerta suas projeções quanto ao comportamento dos juros, qualquer prêmio de risco cobrado na ocasião do leilão deveria se traduzir em ganho, no momento do vencimento dos títulos. Podemos observar que não há uma tendência de haver *spreads* positivos, mesmo quando há um aumento no prazo dos títulos. Cabe observar que a taxa mensal de financiamento dos títulos públicos, o Selic, tem uma trajetória cadente desde março de 1995, o que poderia, inclusive, facilitar o aparecimento de *spreads* positivos calculados *a posteriori*. Podemos afirmar também que os casos em que há *spreads* positivos não coincidem, necessariamente, com períodos em que observamos aumento da volatilidade das taxas de juros.

A existência de uma demanda cativa de títulos públicos federais, considerados no mercado como a melhor *proxy* para um ativo sem risco, pode ser um dos fatores que levam o Banco Central a não pagar, sistematicamente, um *spread* positivo para alongar o perfil da dívida pública federal. Composta, basicamente, pelos fundos de investimentos, seguradoras, empresas de previdência e fundos de pensão, essa demanda força a taxa média dos leilões para baixo, reduzindo possíveis *spreads* cobrados para carregar títulos mais longos.

Se o governo brasileiro não parece estar sendo obrigado a pagar prêmios de risco na tentativa de alongar o perfil de sua dívida, resta a análise de um problema mais sério: a possibilidade de o governo simplesmente não conseguir rolar sua dívida. No período entre a implantação do Plano Real, em julho de 1994, e maio de 1997, houve nove ocasiões em que o Banco Central não conseguiu vender todos os títulos colocados em leilão. O que mais chama a atenção é que em sete delas o Banco Central simplesmente se viu obrigado a suspender o leilão sem vender um único título ao mercado, pois as taxas oferecidas pelos compradores estavam muito acima do que o BC achava razoável. Nos outros dois, o BC vendeu parcialmente o lote de títulos ofertado, sendo 75% dos títulos em um e apenas 59% no outro.

Não é de espantar que todos esses episódios tenham ocorridos em períodos de grande incerteza econômica, caracterizados pelo aumento significativo dos níveis de volatilidade dos ativos de renda fixa. O primeiro período de crise foi entre os meses de dezembro de 1994 e abril de 1995, decorrente do problema na economia mexicana e da crise cambial brasileira, que fez com que a volatilidade dos ativos de renda fixa mais do que dobrassem. Sete dos leilões fracassados ocorreram entre os meses de fevereiro e abril de 1995, quando os efeitos da crise ainda não tinham sido totalmente absorvidos pelo mercado.

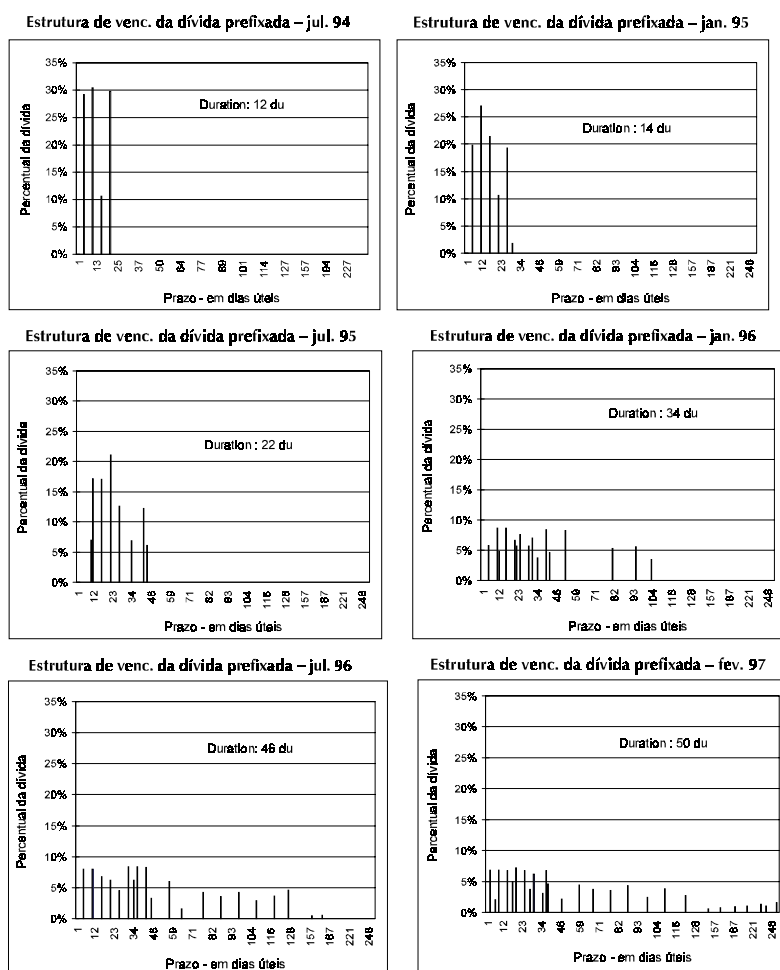
Os outros dois casos ocorreram no final de abril e começo de maio de 1997, quando o mercado financeiro ficou muito agitado com o anúncio, pelo Banco Central, das novas regras de tributação sobre capital estrangeiro aplicado em ativos de renda fixa.

Casos como os descritos mostram a importância de o órgão gerenciador da dívida pública ficar atento para o problema de concentração de vencimentos em poucas datas. A necessidade de refinar uma grande parcela de sua dívida exatamente em períodos conturbados como os citados, pode levar o Banco Central ou o Tesouro a serem obrigados a pagar grandes prêmios; ou simplesmente não conseguir tal refinanciamento.

O comportamento da estrutura de vencimentos da dívida pública federal prefixada desde a implantação do Plano Real mostra que a equipe econômica parece estar preocupada com os dois pontos citados: alongamento do prazo médio da dívida e pulverização da mesma pelos diversos vencimentos. Os Gráficos 5.2 mostram a evolução da estrutura de vencimento da dívida prefixada entre julho de 1994 e fevereiro de 1997.

Podemos observar claramente que não só o prazo médio está aumentando significativamente, como a distribuição da dívida está mais equilibrada entre seus diversos vencimentos. Na época da implantação do Plano Real, a dívida prefixada se concentrava em apenas quatro vencimentos, com prazo máximo de 20 dias úteis, ou aproximadamente um mês. Havia dias em que o governo era obrigado a rolar mais de 30% de toda sua dívida prefixada. Já em fevereiro de 1997, a dívida estava pulverizada em mais de 25 vencimentos diferentes, nenhum deles concentrando mais de 8% da dívida. Acontece, porém, que a maior parte da dívida ainda está muito concentrada no curtíssimo prazo e um percentual de 8% da dívida vencendo num único dia deve ser considerado elevado, ainda mais levando em consideração que durante o período analisado o total de dívida prefixada aumentou enormemente.

GRÁFICOS 5.2



Uma maneira simples de comprovar que, apesar do alongamento do perfil da dívida, sua concentração no curto prazo continua alta é a comparação entre o prazo máximo de vencimento com a *duration* do estoque da dívida. Se a dívida estivesse perfeitamente distribuída por todos os vencimentos, a *duration* deveria ser aproximadamente a metade do prazo máximo. Quanto mais concentrado nos vencimentos curtos, menor se torna a *duration* e o contrário, à medida que concentramos nos vencimentos mais longos. A relação entre *duration* e prazo máximo tem, inclusive, diminuído ao longo do tempo, passando de mais de 0,5 em julho de 1994 para menos de 0,2 em fevereiro de 1997, mostrando que, apesar do alongamento do perfil da dívida prefixada do governo federal, ainda há uma grande concentração de vencimentos no curto prazo.

Vale ressaltar que a queda da relação entre *duration* e o prazo máximo era um resultado esperado durante o processo de alongamento do perfil da dívida, pois a capacidade de o governo alongar sua dívida está restrita, sem considerar a emissão de dívida nova, ao estoque vencendo. Como nem toda dívida vencendo é rolada a um prazo mais longo, o percentual renovado em prazos mais longos do que os preexistentes é, geralmente, pequeno e insuficiente para

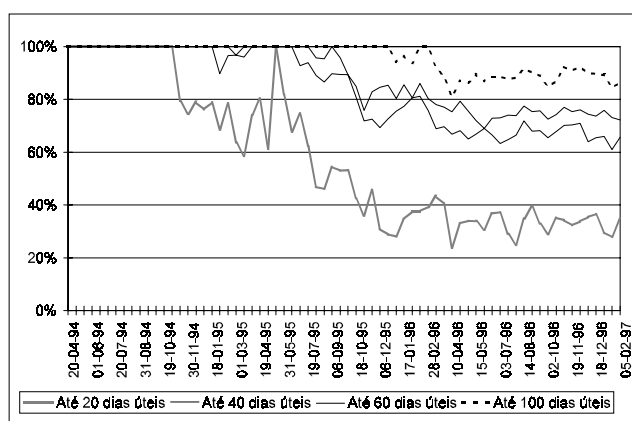
modificar de forma significativa a *duration* do estoque da dívida.

O Gráfico 5.3 explicita a concentração de dívida no curto prazo, mostrando a evolução, entre abril de 1994 e fevereiro de 1997, do percentual de dívida vencendo antes de 20, 40, 60 e 100 dias úteis. Os dois primeiros prazos, inferiores a dois meses, podem ser considerados de curtíssimo prazo e, no caso de uma crise como a do final de 1994 e início de 1995, poderíamos ter dificuldades para refinaranciar toda a dívida vencendo nesse período. Naquela ocasião, o Banco Central teve problemas para rolar a dívida pública por mais de dois meses, com leilões fracassando entre fevereiro e abril de 1995.

Em fevereiro de 1997, mais de 60% da dívida prefixada do governo continuavam vencendo em prazos inferiores a 40 dias úteis, aproximadamente dois meses, sendo que metade disso em menos de 20 dias úteis. Apesar de a situação ter melhorado bastante desde a implantação do Plano Real, o governo continua exposto a um grande risco no gerenciamento de sua dívida prefixada.

GRÁFICO 5.3

Dívida pública federal prefixada – percentual vencendo por prazos



A fim de compararmos as estruturas de vencimento da dívida pública prefixada brasileira da implantação do Plano Real até o começo de 1997, construímos um *índice de dispersão* da dívida (ID) que tem por objetivo classificar as diferentes estruturas de vencimento de acordo com o critério de que quanto mais bem distribuída a dívida, melhor para o governo, que se torna menos sensível aos problemas de crises de confiança. O ID é encontrado subtraindo da unidade a razão entre o desvio-padrão dos percentuais vencendo em cada período e o desvio-padrão do pior caso de concentração, que seria 100% da dívida vencendo num único período. O ID é dado pela fórmula:

$$ID = 1 - \frac{dp \left(\frac{\text{percentual vencendo}}{t=1} \right)}{dp(\text{pior caso})},$$

onde T é o prazo máximo de vencimento e *período* é a unidade de tempo nos quais dividiremos T . As duas variáveis são dadas em dias úteis. O ID está contido no intervalo $[0,1]$, fazendo com que, quanto melhor distribuída a dívida, mais o ID se aproxime da unidade. Na hipótese extrema de toda dívida estar concentrada em um único vencimento, a razão entre desvios se torna um e o ID zero. Se a dispersão da dívida for perfeitamente homogênea entre os períodos de vencimento, o desvio-padrão será zero, fazendo com que o ID seja um.

Uma forma comum de se medir a uniformidade de uma distribuição e que poderia ser utilizada para avaliar o gerenciamento da dívida pública é trabalharmos com sua *função de entropia*, definida por:

$$E = \sum_{i=1}^{i=t} p_i \ln \left(\frac{1}{p_i} \right),$$

onde p_i seria o percentual de dívida vencendo no período i , definida apenas quando p_i fosse maior do que zero. Para que o índice de avaliação da dispersão fique restrito ao intervalo $[0,1]$, dividimos pela entropia máxima, alcançada quando a dívida estivesse perfeitamente distribuída, com um percentual $1/t$ vencendo em cada período. Com isso, o ID, usando a função entropia, seria dado por:

$$ID_{entropia} = \frac{\sum_{i=1}^{i=t} p_i \ln \left(\frac{1}{p_i} \right)}{\ln(t)}$$

A comparação entre ID e $ID_{entropia}$ mostra que os dois índices apresentam exatamente o mesmo padrão de comportamento, diferenciando-se um pouco quanto ao nível do índice. Como a idéia por trás do ID construído pela razão dos desvios-padrão é mais intuitiva, decidimos trabalhar com ele para a avaliação do gerenciamento da dívida pública.

Calculamos três tipos de ID: nos dois primeiros, escolhemos como T o prazo de um ano, que é o máximo que o governo já conseguiu alongar, mesmo que uma parcela mínima de sua dívida. Os *períodos* escolhidos foram de uma semana (cinco dias úteis) e um mês (20 dias úteis). No primeiro caso, agregamos a dívida em 50 diferentes vencimentos semanais e no segundo em 13 vencimentos mensais.

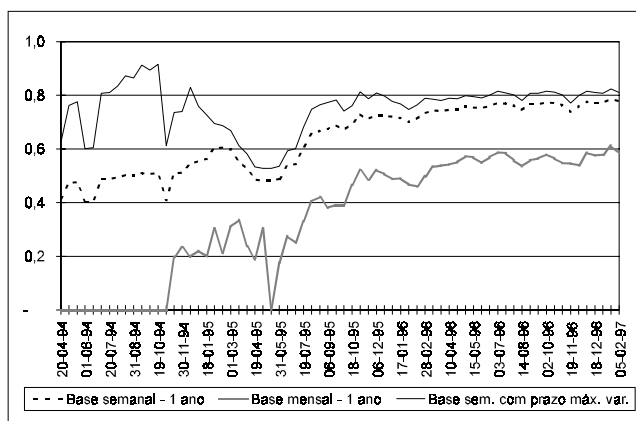
O último ID calculado toma como prazo máximo o vencimento mais longo que o governo conseguiu emitir até a data. Em outras palavras, avalia o desempenho do governo para pulverizar sua dívida dentro de um prazo máximo estabelecido pelo mercado. Isso elimina uma possível injustiça ao compararmos a estrutura de vencimentos de julho de 1994 com a de fevereiro de 1997, por exemplo. Achar que o governo está sendo menos competente em 1994 por não distribuir sua dívida no prazo de um ano, não leva em

consideração a total incapacidade, ou mesmo falta de desejo, de o governo alongar sua dívida no começo do plano de estabilização. Para esse tipo de ID não foi usado o período de um mês, pois no começo do Plano Real a dívida toda tinha vencimento inferior a um mês, tornando impossível o cálculo do índice.

O Gráfico 5.4 mostra a evolução do três tipos de ID calculados de julho de 1994 até fevereiro de 1997. A melhora no desempenho do governo quanto a afastar possibilidade de crises de confiança é óbvia no caso dos ID calculados com prazo máximo de um ano. Enquanto o índice com base semanal passa de 0,4 para algo próximo de 0,8, o com base mensal sai de zero, quando toda dívida vencia no primeiro mês, para próximo de 0,6. Já no caso com prazo máximo variável, o aumento no nível do ID é bem menor, com o máximo sendo atingido, não no começo de 1997, mas logo após a implantação do plano de estabilização. Esse resultado era esperado, pois, como mostrado anteriormente, o governo tem conseguido alongar o prazo de sua dívida prefixada, mas a concentração no curtíssimo prazo continua enorme, contribuindo para valores menores do ID.

GRÁFICO 5.4

Índices de dispersão da estrutura de vencimento da dívida



Um ponto comum a qualquer medida de ID é o efeito da crise cambial de 1995. Podemos observar que os índices, com exceção do de base mensal, caem a partir de janeiro de 1995 devido ao problema ocorrido no México em dezembro de 1994, chegando, os três índices, ao ponto mais baixo pouco mais de um mês depois da mudança no câmbio em março de 1995, só voltando aos patamares anteriores por volta de agosto. Isso mostra que o aumento da incerteza quanto aos juros, após a crise, interrompeu, de forma brusca, o processo de alongamento da dívida, só retomado alguns meses depois. O prazo mais longo de vencimento, que havia chegado a 13 semanas, voltou aos níveis do início do Plano Real, quando toda dívida vencia em, no máximo, quatro semanas.

A utilização de qualquer dos índices apresentados pode gerar diversas distorções, pois eles valorizam em demasia a distribuição da dívida pelos períodos contidos no prazo

máximo, sem se importar com o alongamento em si. No caso de trabalharmos com o último tipo de ID, estaríamos considerando melhor gerenciada uma dívida com prazo máximo de quatro semanas com 25% vencendo a cada período do que uma dívida com prazo máximo de 10 semanas com 11% vencendo cada uma nas nove primeiras semanas e 1% vencendo na décima. Outro problema do ID é que esse índice é indiferente à ordem dos vencimentos. Se trocarmos o percentual alto vencendo num prazo longo por um percentual pequeno vencendo num prazo curto, o ID é incapaz de capturar a piora advinda da diminuição da *duration*.

Para minimizar esses problemas, construímos outro tipo de índice que leva em consideração não só a distribuição da dívida ao longo de sua maturação, mas, também, o alongamento da dívida de forma explícita. O alongamento do perfil da dívida é avaliado, também, por um índice contido no intervalo [0,1] em que quanto mais longa a maturação, mais próximo da unidade estará o índice. Como não iremos impor um alongamento máximo, o índice nunca chegará a um, pois a dívida pode sempre ser alongada mais um período, o que, em tese, reduziria a possibilidade de ocorrência de uma crise de confiança.

Uma idéia simples para comparar diferentes cronogramas de vencimentos da dívida de acordo com o critério de alongamento seria usar o conceito de dominância estocástica de primeira ordem. Se um cronograma de vencimento domina estocasticamente em primeira ordem outro cronograma, o primeiro pode ser considerado melhor do ponto de vista de alongamento de prazos. Os problemas com essa abordagem consistem em que, na prática, só observamos dominância estocástica de primeira ordem ao compararmos cronogramas muito diferentes, como os do começo do Plano Real e os do final de 1996, e que não é possível expressar essa dominância em números.

Voltando ao índice de alongamento, a idéia imediata e mais simples era trabalhar com o inverso do prazo máximo de alongamento. Esse fator convergiria para zero à medida que a dívida fosse sendo alongada, permitindo a construção de um índice dado por:
$$I = 1 - \frac{1}{\text{prazo}}$$

O problema do índice construído desta forma é que ele converge muito rapidamente para a unidade, dando um peso excessivo aos primeiros alongamentos de prazos.

Tentou-se, também, trabalhar com a transformação
$$I = 1 - \frac{1}{\sqrt[p]{\text{prazo}}}$$

pois, conforme a escolha de p , a curva do índice é suavizada. O problema é que, quanto mais suavizamos seu crescimento, o índice tende a se estabilizar em patamares menores, não convergindo para a unidade, mesmo com prazos bastante elevados.

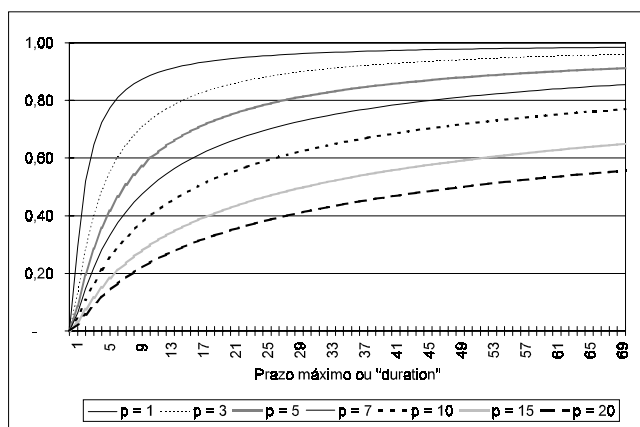
Decidimos, então, construir um índice de alongamento (IA) dado pela fórmula:

$$IA = 1 - \left(x^{-\left(1 - \frac{1}{p\sqrt{x}}\right)} \right),$$

onde x é definido como a *duration* ou como o último período em que há algum vencimento da dívida; e p é chamado de fator de alisamento. O índice escolhido tem as características desejadas: dá peso maior, mas não excessivo, aos primeiros alongamentos e converge para a unidade tão rápido quanto se queira, dependendo apenas da escolha do valor de p . Quanto menor o fator p , mais rápida é essa convergência, o que pode ser comprovado no Gráfico 5.5, que mostra o comportamento do IA para diversos valores do fator p .

GRÁFICO 5.5

Índices de alongamento para diferentes prazos máximos ou *duration*

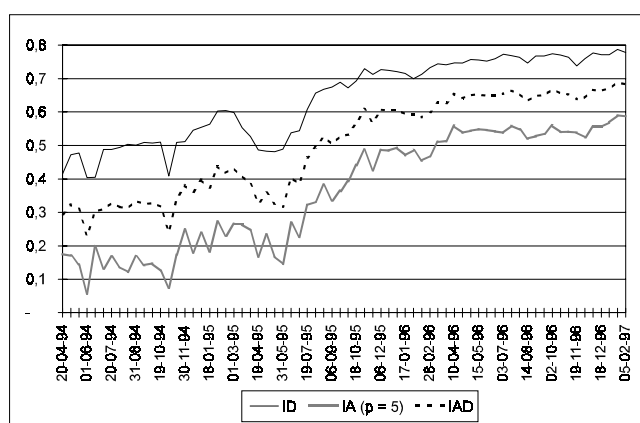


A fim de levar em consideração os dois fatores considerados relevantes para a avaliação do gerenciamento da dívida (alongamento e distribuição), construímos um *índice de alongamento-dispersão* (IAD) dado por uma média ponderada entre o ID e o IA, sendo que o primeiro é construído estipulando-se um prazo comum para todos os dias analisados:

$$IAD = \frac{aID + bIA}{a + b}.$$

O Gráfico 5.6 mostra a evolução do IAD calculado com p igual a cinco, x sendo a *duration*, prazo de um ano dividido em períodos semanais para cálculo do ID e pesos iguais para o desvio-padrão (ID) e para o alongamento (IA).

Índices de avaliação do gerenciamento da dívida pública



O comportamento do IAD indica uma melhoria da qualidade do gerenciamento da dívida nos dois aspectos. A melhora da dispersão, já comentada, é expressiva, com seu índice passando de 0,4 para quase 0,8. O índice de alongamento tem um papel relativo ainda maior na melhoria da avaliação do gerenciamento da dívida prefixada do governo, com seu índice passando de menos de 0,2 para quase 0,6. Os valores baixos do IA indicam que, apesar do grande aumento da *duration* da dívida, esta permanece num patamar muito baixo.

Podemos construir, ainda, um índice IAD onde os pesos a e b sejam variáveis, de acordo com a importância que se dê ao alongamento e à distribuição da dívida. Podemos interpretar a e b como parâmetros de uma função utilidade do agente gerenciador da dívida pública. O *policy-maker* pode ter preferências diferentes no que diz respeito ao alongamento do perfil da dívida e da distribuição desta dentro de um prazo preestabelecido. Uma primeira idéia seria manter a constante em um e fazer de b uma função decrescente do prazo máximo da dívida (x), de maneira que, quanto mais o governo conseguisse alongar sua dívida, o prazo máximo ou a *duration* iria perdendo importância, dando lugar à preocupação com a concentração da dívida em seus vencimentos. Nesse caso, devemos estabelecer um prazo ótimo (x^*), onde a média e o desvio teriam o mesmo peso, assim como a função relacionando x e b . Podemos trabalhar, por exemplo, com uma função dada por

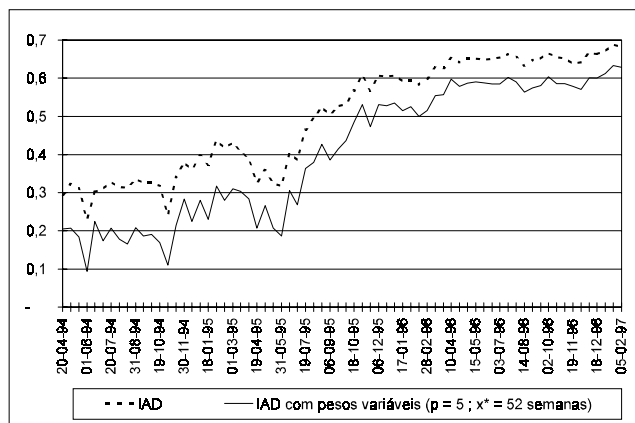
$$b(x) = \left(\frac{x^* \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)}{x \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x^*}} \right)} \right),$$

que garante $b(x)$ decrescente em x e $b(x^*) = 1$.

O Gráfico 5.7 mostra a comparação entre o IAD com pesos iguais e o IAD com pesos variáveis, com x^* de 52 semanas, que corresponde a aproximadamente um ano.

GRÁFICO 5.7

Índices de avaliação do gerenciamento da dívida pública



Os dois índices foram construídos com o mesmo valor de p , no caso, cinco. Podemos observar que os dois índices têm o mesmo comportamento, com o IAD com pesos variáveis apresentando, como era de se esperar, valores menores no começo do plano de estabilização, quando os prazos de vencimento eram bastante reduzidos, impondo, como consequência, um peso maior para um índice de alongamento muito baixo.

Podemos concluir que, por qualquer critério que se analise, o gerenciamento da dívida pública federal prefixada parece estar apresentando uma melhora considerável, principalmente no que diz respeito ao alongamento dos prazos. Cabe ressaltar, porém, que essa melhora é relativa, pois estamos tomando como base um período de inflação elevada e de extrema dificuldade para o gerenciamento de dívida prefixada. O nível de concentração de dívida do curtíssimo prazo continua altíssimo e sua *duration* ainda é muito reduzida. O simples fato de estarmos trabalhando com dias úteis e semanas como unidades de tempo demonstra uma situação não muito confortável. Em economias estáveis, a análise de concentração da dívida faz-se aglutinando a dívida por ano de vencimento.

Conclusão

A primeira contribuição da dissertação está na construção de uma estrutura a termo da taxa de juros e da série de retornos para os ativos de renda fixa com diferentes prazos de maturação, levando em consideração todas as peculiaridades do mercado brasileiro citadas durante o trabalho. Vale ressaltar que a metodologia empregada pode ser mais apurada, com o alongamento dos prazos, que tornam os DI futuros mais longos líquidos, assim como as operações de swaps com prazo de um ano, que podem ser utilizados para projeção de taxas mensais nos meses em que o mercado de DI futuro não tiver liquidez.

A estimação da volatilidade dos ativos ratificou o padrão cadente que se esperava após a implantação do plano de estabilização, interrompido apenas por ocasião da crise deflagrada em dezembro de 1994 com os problemas na economia mexicana, que culminou com a desastrosa mudança no câmbio, em março de 1995. Outro ponto confirmado foi o fato de os retornos dos instrumentos de renda fixa apresentarem, quase todos, um comportamento assimétrico em relação à volatilidade, ou seja, os retornos negativos e positivos têm impactos diferentes sobre a estimação de volatilidade. Isso levou, naturalmente, à escolha dos métodos EGARCH ou GJR como os mais eficientes para a estimação da volatilidade dos ativos prefixados, pois eles têm como característica principal a capacidade de captar tal assimetria.

Na estimação da estrutura a termo de volatilidade, a fórmula apresentada por Hull e White (1990), que define uma relação positiva entre prazo e volatilidade-preço e é estimada pelo método dos Mínimos Quadrados Não-Lineares (NLLS), pareceu se ajustar muito bem aos dados brasileiros. Ao contrário do esperado pela teoria de finanças, a taxa de juros no Brasil apresentou um coeficiente de reversão à média negativo. Esse resultado pode ser atribuído aos prazos extremamente curtos dos ativos analisados. A construção dos chamados "prazos equivalentes em risco", que relacionam os prazos de maturação que apresentam riscos de mercado equivalentes, permitiu compararmos os riscos dos ativos de renda fixa no

Brasil e nos EUA. Apesar da queda acentuada nos níveis de volatilidade no Brasil, continuamos com um grau de risco muito superior ao dos EUA, comprovado pelo fato de um ativo de renda fixa com prazo de 30 anos nos EUA ter um risco de mercado similar a um ativo de renda fixa com prazo pouco superior a dois anos no Brasil.

No que diz respeito ao risco de mercado do estoque da dívida pública federal prefixada, os resultados apresentados apontam para dois pontos distintos: enquanto o VaR, como proporção do estoque da dívida, está declinando, fruto da queda do nível da volatilidade dos juros, o alongamento da dívida trabalha em sentido contrário, elevando a sensibilidade do mercado a mudanças nas taxas de juros. Isso significa que o mercado, em condições normais da economia, está correndo cada vez menos risco ao financiar a dívida prefixada do governo federal, mas, por outro lado, está mais exposto a mudanças inesperadas no nível da taxa de juros nominal.

A queda do nível de risco de mercado do estoque da dívida medido pela metodologia do RiskMetrics se dá apesar do enorme aumento no estoque e do alongamento do perfil da mesma, o que mostra que a queda na volatilidade mais que compensou o aumento do estoque da dívida e o alongamento dos prazos.

Esse alongamento dos prazos das aplicações de renda fixa é consequência direta do processo de estabilização que permite aos agentes fazerem apostas por prazos mais longos, impossíveis em tempos de grande incerteza e inflação alta. Em contrapartida, esse alongamento aumenta a exposição do mercado a mudanças drásticas nas taxas de juros. A elasticidade do valor presente do estoque da dívida em relação à taxa over de juros aumenta mais de quatro vezes durante o período analisado. Como a estabilização brasileira ainda não está consolidada, o mercado permanece bastante sensível às flutuações na política econômica.

Ficou faltando a medição dos riscos envolvidos nos outros componentes da dívida pública federal, como os instrumentos pós-fixados emitidos pelo governo.

No último ponto da dissertação, criamos um índice para avaliação do gerenciamento da dívida pública baseado em dois conceitos: quanto mais longo o perfil da dívida e melhor distribuído estiver seu cronograma de vencimentos, menos exposto a crises de confiança estará o governo. Os resultados indicam que o gerenciamento da dívida apresentou uma melhora considerável desde julho de 1994. Enquanto o prazo médio aumentou quase cinco vezes, passando de 12 para mais de 50 dias úteis, a concentração diminuiu bastante. Basta lembrar que, em julho de 1994, havia ocasiões em que mais de 30% da dívida venciam no mesmo dia. Hoje esse valor não passa de 8%.

Essa melhora precisa ser relativizada, diante da situação extremamente desfavorável da dívida no início do Plano Real, no que diz respeito a alongamento e concentração. Apesar do aumento da *duration* e de haver um cronograma mais suave de vencimentos da dívida, esta continua muito concentrada no curtíssimo prazo, o que pode trazer problemas de rolagem, como mostrou a crise de março de 1995, gerada por problemas na economia mexicana e ampliada por uma desastrada mudança na política cambial brasileira; e a de abril de 1997, quando o governo alterou as regras para entrada de capital estrangeiro no mercado de renda fixa nacional.

O período de estabilização econômica que o Brasil vem atravessando após a implantação do Plano Real é uma experiência ímpar para o estudo de problemas relacionados a ativos prefixados, tais como sua volatilidade e seus prazos de maturação. A queda acentuada no nível de volatilidade e o alongamento dos prazos das aplicações de renda fixa são resultados esperados de um plano de estabilização bem-sucedido. Como o plano de estabilização brasileiro é muito recente e calcado em bases ainda bastante frágeis, será preciso um acompanhamento mais longo para sabermos como as variáveis analisadas nesta dissertação se comportarão no futuro. O país está, no momento, numa situação intermediária: suas características, no que diz respeito a alongamento de prazos e nível de risco de mercado, estão bem melhores do que na época pré-estabilização, mas ainda muito distante de uma economia estabilizada.

¹ Ver Parker (1995).

² Título que tem apenas um pagamento no dia de maturação, sem cupons intermediários.

³ Para uma descrição detalhada do funcionamento do mercado de DI futuro, ver De La Rocque (1996).

⁴ O termo *Value at Risk* foi difundido pelo banco norte-americano JP Morgan em seu modelo de avaliação de risco de mercado, RiskMetrics™. Esse modelo será melhor explicado no Capítulo 4. Ver JP Morgan (1995).

⁵ Ver Bollerslev, Engle e Nelson (1993).

⁶ Hentschel descreve o desvio-padrão como $\sigma_t = w + \alpha\sigma_{t-1}f(\varepsilon_t) + \beta\sigma_{t-1}$, com $f(\varepsilon_t)$ definida como anteriormente.

⁷ Para detalhes sobre o método BHHH de maximização, ver Berndt, Hall, Hall e Hausman (1974).

⁸ A forma de apresentação dos modelos é a mesma de Hull (1993).

⁹ Ver JP Morgan (1994).

¹⁰ Para maiores detalhes sobre a metodologia do RiskMetrics, ver JP Morgan (1995).

¹¹ BBC (Bônus do Banco Central) e LTN (Letras do Tesouro Nacional) são *zero-coupons* prefixados com valor de face de R\$1.000,00 emitidos, respectivamente, pelo Banco Central e pelo Tesouro.

Referências bibliográficas

ALESINA, A., PRATI, A., TABELLINI, G. Public confidence and debt management: a model and a case study of Italy. In: DORNBUSCH, R., DRAGHI, M. (eds.). *Public Debt Management: Theory and History*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

BARRO, R. Optimal debt management. *NBER Working Paper*, n. 5.327, 1995.

BERNDT, E. K., HALL, B., HALL, R., HAUSMAN, J. Estimation and inference in nonlinear structural models. *Annals of Economic and Social Measurement*, v. 3/4, p. 653-665, 1974.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*. Amsterdam: North Holland, n. 31, p. 307-372, 1986.

BOLLERSLEV, T., ENGLE, R., NELSON, D. ARCH Models. Prepared for the *Handbook of Econometrics*, v. 4, July 1993, mimeo.

COX, J., INGERSOLL, J., ROSS, S. A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica*, n. 50, n. 2, Mar. 1985, p. 385-407.

DE LA ROQUE, E. *Estrutura a termo da volatilidade em mercados de juros e futuros: características gerais e o mercado futuro de DI*. Rio de Janeiro: PUC, 1996 (Tese de Doutorado).

DATTATREYA, R., FABOZZI, F., FABOZZI, T. Risk Associated with investing in fixed income securities. In: FABOZZI, F., FABOZZI, T., POLLACK, I. (eds.). *The Handbook of Fixed Income Securities*. 4. ed. Business One Irwin, 1991. New York.

ENGLE, R. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, v. 40, n. 4, p. 987-1.007, July 1982.

FELDSTEIN, M. Reducing the risk of economic crisis. *NBER Working Paper*, n. 3.620, 1991.

GIAVAZZI, F., PAGANO, M. Confidence crisis and public debt management. In: DORNBUSCH, R., DRAGHI, M. (eds.). *Public debt management: theory and history*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

GLOSTEN, L., JAGANNATHAN, R., RUNKLE, D. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, v. 48, n. 5, p. 1.779-1.801, Dec. 1993.

GONÇALVES, F., ISSLER J. Estimating the term structure of volatility and fixed income derivative pricing. *Ensaio Econômicos da EPGE*, n. 272, Oct. 1995.

GUIDOTTI, P., KUMER, M. Domestic public debt of externally indebted countries. *IMF Occasional Paper*, n. 80, June 1991.

HEATH, D., JARROW, R., MORTON, A. Bond Pricing and the term structure of interest rates: a new methodology for contingent claims valuation. *Econometrica*, v. 60, n. 1, p. 77-105, Jan. 1992.

HENTSCHEL, L. All in the family: nesting symmetric and asymmetric GARCH Models. *Journal of Financial Economics*, n. 39, p. 71-104, 1995.

HO, T., LEE S. Term structure movements and pricing interest rate contingent claims. *The Journal of Finance*, v. 41, n. 5, p. 1.011-1.029, Dec. 1986.

HULL, J. *Options, futures and other derivative securities*, 2^a ed., New Jersey: Prentice-Hall, 1993.

HULL, J., WHITE, A. Pricing interest-rate-derivative securities. *The Review of Financial Studies*, v. 3, n. 4, p. 573-592, 1990.

JP MORGAN. *RiskMetrics Technical Document*, 3^a ed., Mar. 1995.

NELSON, D. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, v. 59, n. 2, p. 347-370, Mar. 1991.

PARKER, G. Dimensions of risk management: definition and implications for financial services. In: PARKER, G., BEAVER, W. (eds.). *Risk management: problems & solutions*, McGraw Hill, 1995.

RENDLEMAN, R., BARTER, B. The pricing of options on debt securities. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 15, p. 11-24, Mar. 1980.

SCHAEFER, S., SCHWARTZ, E. Time-dependent variance and the pricing of options. *Journal of Finance*, n. 42, p. 1.113-1.128, Dec. 1977.

VASICEK, O. An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam: North Holland, n. 5, p. 177-188, 1977.

VEJA, Editora Abril, n. 1.419, 22-11-1995.

Abstract

Since the implementation of the Real Plan in July 1994, the Brazilian financial markets had suffered important transformations. The economic stabilization forced the overhauling of the financial system and changed the profile of the institutions' assets, with the decrease on the level of its market risk and increase on its duration. This dissertation treats the interest rate risk for fixed income assets in Brazil from July 1994 to the end of 1996. A methodology to calculate the daily return of fixed income instruments, taking into account all the peculiarities of Brazilian markets, is presented, and the price-volatility of these instruments is estimated using GARCH-Models. The term structure for the price-volatility in Brazil and USA is also estimated, comparing the situation in both countries. Finally, the behavior of the market risk for the federal nominal public debt is analyzed and the Central Bank's management of this debt is evaluated, considering its duration and concentration.